

Dr. Eric Müller
 Brunnenstraße 28, 78050 Villingen-Schwenningen
 e-mail: ercml7@gmx.de
Delegationsleiter der deutschen Mannschaft
 Prof. Dr. Hans-Dietrich Gronau
 Universität Rostock, Institut für Mathematik, 18051 Rostock
 Tel.: (0381) 4986600, e-mail: gronau@uni-rostock.de
Chairman der Jury und Mitglied des IMO-Advisory-Boards



Villingen-Schwenningen, den 27. August 2009

Bericht über die 50. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) Bremen 2009

Die 50. Internationale Mathematik-Olympiade fand vom 10. bis zum 22. Juli in Bremen statt. Mit 104 Ländern wurde erstmals die Grenze von 100 Ländern überschritten, und 506 Teilnehmer und 59 Teilnehmerinnen stellten einen neuen Rekord dar. Die bisherigen Rekorde stammten aus dem Vorjahr in Madrid mit 97 Ländern und 480 Teilnehmern und 55 Teilnehmerinnen. Die deutsche Mannschaft war mit sechs Schülern, s. Tabelle 1, dem Berichterstatter Dr. Eric Müller als Delegationsleiter und dem stellvertretenden Delegationsleiter Dr. Thomas Kalinowski vertreten.

Name	Wohnort	Schule	Klasse
Arnold, Bertram	Halle an der Saale	Georg-Cantor-Gymnasium, Halle	12
Kröner, Christoph	Rosstal	Gymnasium Stein, Stein bei Nürnberg	13
Lackmann, Malte	Bordesholm	Klaus-Groth-Schule, Neumünster	13
Merker, Martin	Kahla	Carl-Zeiss-Gymnasium, Jena	12
Reinhold, Jens	Bielefeld	Helmholtz-Gymnasium, Bielefeld	12
Sauermann, Lisa	Dresden	M.-A.-Nexö-Gymnasium Dresden	10

Tabelle 1: Die deutsche Mannschaft

1 Organisation der IMO

Diese 50. IMO hatte noch eine viel größere Herausforderung als die Vorbereitung unserer Schüler, nämlich die gesamte Ausgestaltung der Veranstaltung. Die Olympiade wurde vom Bundesministerium für Bildung und Forschung und der Bremer Senatorin für Bildung und Wissenschaft gefördert, durch den Bildung und Begabung e.V. (B & B) in Kooperation mit der Jacobs-University Bremen organisiert und durch Sponsoren unterstützt. Die Leitung der Vorbereitung und Durchführung der IMO lag in den Händen eines Komitees, das aus Dr. H. Wagner (Geschäftsführer von B & B), dem Koberichterstatter (verantwortlich für den mathematischen Teil der IMO und Chairman der Jury), H.-H. Langmann (verantwortlich für die internationalen Kontakte), Prof. Dr. D. Schleicher (verantwortlich für Lokales in Bremen) und Dr. A. Allner (als Vertreter des Präsidenten der Jacobs-University) bestand. Außerhalb des mathematischen Teils waren über 150 Personen im Einsatz (Guides, lokale Organisatoren für die ordnungsgemäße

Durchführung der Klausuren und des Freizeitprogramms etc.). In der Koordination waren 70 Experten eingesetzt, die meist selbst an IMOs teilgenommen hatten bzw. sich seit langem in der einschlägigen Szene engagieren. Viele empfanden diese IMO stellenweise auch wie ein großes Nachtreffen. Kern des mathematischen Teils war der Aufgabenausschuss, der über 3 Monate die sogenannte Shortlist, die Arbeitsgrundlage für die Jury, erarbeitete und dafür von vielen Delegationsleitern außergewöhnlich gelobt wurde. Diesem Aufgabenausschuss gehörten an: Prof. Dr. K. Engel, K. Fegert, Dr. A. Felgenhauer, der Koberichterstatter, Dr. R. Labahn, Dr. B. Mulansky, Prof. Dr. J. Prestin (Chef des Ausschusses und Chefkoordinator), C. Reiher, P. Scholze, Dr. E. Specht, Dr. R. Strich, Dr. M. Welk. Sechs dieser Kollegen fungierten bei der Koordination als Problem-Captains.

Insgesamt hatten diese vielen Mitwirkenden die 50. IMO hervorragend organisiert. Ihnen sei allen herzlich gedankt!

2 Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft

Die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft verlief nach dem Verfahren der Vorjahre. 142 Schülerinnen und Schüler qualifizierten sich durch die erfolgreiche Teilnahme an der 2. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik oder an der Deutschland-Olympiade, der 4. Stufe der Mathematik-Olympiaden, für 2 Auswahlklausuren, die Anfang Dezember 2008 geschrieben wurden. 120 dieser Schülerinnen und Schüler nahmen hieran teil. Die 16 erfolgreichsten Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für die deutsche Mannschaft. Für sie gab es Seminare über eine knappe Woche in Rostock (unter der Leitung des Koberichterstatters), 3 Wochenenden in Bad Homburg (jeweils 2 Tage) und die traditionelle Abschlusswoche in Oberwolfach. Während dieser Zeit wurden insgesamt 7 Klausuren von allen Kandidaten geschrieben. Danach standen zwei Schüler mit derselben Punktzahl auf Platz 6, so dass eine Stichklausur für sie notwendig wurde. Die 6 Besten qualifizierten sich für die IMO-Mannschaft, s. Tabelle 1. Zusätzlich gab es kurz vor der IMO ein Wochenendseminar an der Jacobs-University Bremen, und die IMO-Teilnehmer veranstalteten (ein Novum!) in Eigenregie ein Aufgabenseminar in Jena.

Da dieses Jahr die IMO in Deutschland stattfand, waren einige Mentoren der Seminare auch Mitglieder des IMO-Aufgabenausschusses und durften somit nur an den ersten beiden Seminaren teilnehmen. Dadurch wurde der übliche Ablauf teils ziemlich umgestellt. Die Seminare wurden von folgenden Mentoren geleitet: Prof. Dr. H.-D. Gronau (U Rostock), Dr. M. Härterich (Wiesloch), Dr. T. Kalinowski (U Rostock), Dr. T. Kleinjung (U Bonn), Dr. K. Mallahi-Karai (JUB), Dr. E. Müller (VS-Villingen), Prof. Dr. J. Prestin (U Lübeck), Prof. Dr. E. Quaisser (U Potsdam), C. Reiher (U Rostock), Prof. Dr. D. Schleicher (JUB Bremen), P. Scholze (U Bonn), Prof. Dr. M. Stoll (U Bayreuth), G. Vogel (U Bonn), Dr. P. Wagner (MPI Rostock).

Die gesamte organisatorische Vorbereitung und Durchführung der Klausuren, der Seminare, der Reise etc. wurden wiederum vom IMO-Organisationsbüro unter Leitung von Herrn H.-H. Langmann in gewohnt perfekter Weise abgewickelt. Ihm sei herzlich gedankt.

3 Der Ablauf der 50. IMO

Nachdem der Koberichterstatter schon am 9. Juli zur Sitzung des IMO-Advisory-Boards angereist war, folgte der Berichterstatter am 10. Juli nach Bremerhaven. Die Jugendlichen und der stellvertretende Delegationsleiter kamen am 13. Juli in Bremen an und waren während der gesamten IMO auf dem Gelände der Jacobs-University Bremen untergebracht. Die Delegationsleiter, die

die internationale Jury bilden, sind bis zum Ende der Klausuren von den Mannschaften getrennt. Die Jury tagte vom 10. bis zum 16.7. im Atlantic-Hotel SAIL City in Bremerhaven. Danach fand die Koordination auf dem Gelände der Jacobs-University Bremen statt. Das bedeutete zwar vom Komfort her einen Abstieg, bot aber ideale Arbeitsbedingungen, da die Zimmer (im Gegensatz zu Hotelzimmern) große, gut beleuchtete Schreibtische aufwiesen und Delegationsleiter und stellvertretender Delegationsleiter in ihren benachbarten Zimmern sowohl gut allein als auch zusammen arbeiten konnten. Weil sich alle Beteiligten auf dem Universitätsgelände befanden, konnte man sich oft treffen.

Die Unterbringung erfolgte standardmäßig in Einzelzimmern, bei den Schülerinnen und Schülern teilweise mit einer Aufbettung. Dieses Niveau war außergewöhnlich gut im Vergleich zu Vorjahren und wurde vielfach lobend gewürdigt.

Die Eröffnungsveranstaltung erfolgte am 14. Juli in der Veranstaltungshalle „Pier 2“ in Bremen. Den Geschmack der Teilnehmer hat eine Breakdance-Gruppe, deren Darbietungen das Programm umrahmte, sichtlich gut getroffen. Eine Videobotschaft von Kanzlerin Dr. Angela Merkel leitete die Grußworte ein. Danach zeigte der Moderator, Professor Dr. Beutelspacher, einige Tricks, um Zahlen im Kopf einfach multiplizieren zu können. Nach der Eröffnung durch den Bundesbildungsstaatssekretär Andreas Storm marschierten die Teilnehmer aller Länder in gewohnter Weise über die Bühne — nicht wie üblich in alphabetischer Reihenfolge der Ländernamen, sondern in zeitlicher Reihenfolge der ersten IMO-Teilnahme des jeweiligen Landes (so war auch die Sitzordnung bei den Jursitzungen).

Am 15. und 16.7. wurden vormittags die beiden $4\frac{1}{2}$ -stündigen Klausuren in einer riesigen Halle geschrieben. Die Klausurbedingungen waren gut.

Am 17. und 18.7. wurden die Schülerlösungen nach der Durchsicht durch die Delegationsleitungen in der Koordination mit Experten des gastgebenden Landes, den Koordinatoren, bewertet. Die Koordination der deutschen Delegation erfolgte durch die Delegationsleiter und stellvertretenden Delegationsleiter des Landes, das die jeweilige Aufgabe eingereicht hatte. Daneben saß der Problem-Captain der jeweiligen Aufgabe und beantwortete auch Fragen zur üblichen Bewertung bei einigen Zweifelsfällen, was die Koordinationsgespräche sehr vereinfachte. Die Koordinatoren waren hervorragend vorbereitet. In der Abschlussjursitzung am Vormittag des 19.7. wurde über die Vergabe der Preise entschieden.

Die Schüler wurden länderweise zu Ausflügen eingeteilt, die deutschen waren in der Meyerwerft in Papenburg, in der Innenstadt von Bremen und auf dem Flohmarkt Schlachte. Weitere Ausflugsziele parallel dazu waren z. B. die Transrapidstrecke in Lathen und das Klimahaus und der Hafen Eurogate in Bremerhaven. Alle Schüler und Guides konnten während der IMO kostenlos die öffentlichen Verkehrsmittel in Bremen benutzen. Die Sporteinrichtungen der Universität wurden nicht nur beim Fußballturnier eifrig genutzt. Für die Delegationsleiter gab es nach der Eröffnungsveranstaltung einen Empfang mit Führung im alten Rathaus von Bremen.

Anlässlich der 50. IMO fand eine Jubiläumsveranstaltung im Bremer Musicaltheater statt, bei denen mit Terence Tao, Béla Bollobás, Timothy Gowers, Stanislav Smirnov, Jean-Christophe Yoccoz und László Lovász auch drei Fieldsmedaillenträger vertreten waren und ansprechende Vorträge u. a. über die Beziehung von IMO-Aufgaben und mathematischer Forschung hielten. In den Pausen konnten die Teilnehmer mit den Vortragenden reden. Diese Referenten verliehen zwei Tage später auch Medaillen. Zu der Feier kam zahlreiche Gäste, darunter Professor Wolfgang Engel, der Chairman der Jury der IMOs 1965 in Berlin und 1974 in Erfurt, sowie Professor Arthur Engel, der Chairman der IMO 1989 in Braunschweig.

Einen weiteren Höhepunkt bildete der gemeinsame Ausflug auf die Insel Wangerooge, wo es neben einem Sudoku-Wettbewerb auch viele Möglichkeiten zum Wandern und Baden gab, auch wenn die geführten Wattwanderungen, auf die sich schon viele gefreut hatten, leider aus Sicherheitsgründen kurzfristig abgesagt werden mussten. Die Insel kam gut mit dem Ansturm der ca. 1000 Leute

zurecht.

Die Preisverleihung erfolgte am 21. Juli 2009 am späten Vormittag im Theater „Glocke“ in der Bremer Innenstadt, so dass der Nachmittag noch z. B. für Stadtbesichtigungen nutzbar war. Nicht nur die deutschen Teilnehmer ließen nach Möglichkeit ihre Medaille stellvertretend einem Stofftier (der „MathemaTigerin“, die sogar als „Special Guest“ geführt wurde) verleihen, auch die Teilnehmer aus Singapur folgten diesem Beispiel. Den drei besten Teilnehmern verlieh Bundesbildungsministerin Prof. Dr. Annette Schavan die Medaillen. Danach wurde die IMO-Flagge an die kleine Delegation aus Kasachstan überreicht, deren Einladung klarmachte, dass die 51. IMO im Gegensatz zur 50. IMO keine fast durchgehend englischsprachige Veranstaltung sein wird. Beim Abschlussfest gab es neben verschiedenen Imbissen, Getränken, der Wahl von Mr. und Miss IMO einen Auftritt der Physikanten mit spektakulären physikalischen Experimenten und viel Musik.

Über die Eröffnungsveranstaltung und Preisverleihung berichtete jeweils auch die Tagesschau. Überhaupt fand die IMO erstaunlich viel Presseecho, auch wenn manchmal der Ansturm von Reportern fast überhandnahm, insbesondere für die deutschen Teilnehmer. Auch hier hat die deutsche Mannschaftsbetreuerin (Guide) Judit Recknagel sehr gute und engagierte Arbeit geleistet. Ihr sei herzlich dafür gedankt.

4 Der Wettbewerb

An der 50. IMO nahmen 104 Länder mit 565 Schülern und Schülerinnen teil. Die Ergebnisübersicht befindet sich in Anlage B.

Von den 97 Ländern, die an der IMO 2008 in Madrid teilgenommen hatten, fehlte Saudi-Arabien. Neu dabei waren Benin, Mauretanien, Simbabwe und Syrien. Nach 12 bzw. 2 Jahren Pause waren Algerien und Panama wieder vertreten. Schließlich waren Nigeria und Pakistan nach einjähriger Pause ebenfalls wieder dabei. Zwei weitere Länder, Elfenbeinküste und Senegal, waren mit je einem Beobachter vertreten, so dass im nächsten Jahr eine Schülermannschaft aus diesen Ländern teilnehmen kann. Auch Saudi-Arabien war mit Beobachtern präsent.

Die internationale Jury, bestehend aus den 104 Delegationsleitern und einem *Chairman* des veranstaltenden Landes, begann am 10. Juli mit ihrer Arbeit. Als *Chairman* fungierte der Kobereichterstatler, der mit einer Glocke die Sitzungen pünktlich ein- und ausläutete. Zu seinen Seiten saßen Prof. Dr. Jürgen Prestin als Chefkoordinator und Dr. Roger Labahn als IT-Beauftragter. Jedes teilnehmende Land hat das Recht, Aufgabenvorschläge einzureichen. In diesem Jahr wurden 132 Aufgaben aus 39 Ländern den Veranstaltern zugesandt. Eine Aufgabenkommission wählte hieraus im Vorfeld 30 Aufgaben aus, die die Grundlage für die Arbeit der Jury bildeten. Die Jury bestimmte nach Diskussionen schließlich 6 dieser Aufgaben für die beiden Klausuren, die einerseits eine gute Mischung nach Schwierigkeitsgrad und mathematischen Gebieten sein sollen, andererseits aber auch möglichst keine „Standard“-Lösungen zulassen.

Die Aufgabenkommission und die Gruppe der 70 Koordinatoren konnten vollständig aus ehemaligen IMO-Teilnehmern und Mitwirkenden beim Bundeswettbewerb Mathematik und den Mathematik-Olympiaden in Deutschland bestückt werden.

Anschließend wurden die Aufgaben in die offiziellen Sprachen Englisch, Deutsch, Französisch, Russisch und Spanisch übersetzt und von der Jury bestätigt. Jeder Schüler erhält die Aufgaben in der Muttersprache und einer zweiten Sprache seiner Wahl. Demgemäß erarbeiteten die entsprechenden Delegationsleiter die Übersetzungen in die restlichen 50 Sprachen. Auch alle diese Versionen wurden nach Prüfung durch die Jury bestätigt.

Die Arbeitsbedingungen der Jury waren gut. Dieses Jahr war die Juryarbeit um einen Tag verkürzt worden. Dank straffer Zeitpläne und optimierter Abstimmungsregeln ließ sich die Arbeit

in dieser Zeit erledigen. Die Aufgaben befinden sich in der Anlage A.

Bei dieser IMO wurden 35,9% der möglichen Punkte erreicht. Sie war somit etwa so schwer wie die IMOs 2008 und 2007. In den vergangenen Jahren seit 1999 lag der Durchschnitt der erreichten Punkte bei 31–33% (ausgenommen 38,6% im Jahr 2004 und 34,5% im Jahr 2006). Die Jury hatte die Schwierigkeitsgrade der Aufgaben gut eingeschätzt. Die schwerste Aufgabe 6 lösten nur 3 Schüler vollständig, darunter die deutsche Teilnehmerin Lisa Sauermann. Somit war diese Aufgabe die zweitschwerste der gesamten IMO-Geschichte mit 2,4% der erreichbaren Punkte nach Aufgabe 6 der IMO 2007 mit 2,2%. Die Medaillengrenzen für Gold und Silber lagen einen bzw. zwei Punkte über denen des Vorjahrs, für Bronze einen Punkt niedriger. Volle Punktzahl erreichte nur ein Schüler aus China und einer aus Japan, mit einem Punkt Abstand gefolgt von Lisa Sauermann. Somit war diese IMO auch für die Allerbesten etwa so schwer wie die vorangegangene.

Wieder konnte ein Schüler in den exklusiven „Club der IMO-Teilnehmer mit mindestens 3 Goldmedaillen“ (s. die Webseite www.Mathematik-Olympiaden.de oder www.imo-official.org/hall.aspx) aufgenommen werden: Makoto Soejima aus Japan. Bisher gab es insgesamt 12911 Teilnehmer an den 50 IMOs. Nur zwei Teilnehmer in der gesamten IMO-Geschichte errangen 4 Goldmedaillen: unser Christian Reiher, der es in den Jahren 1999–2003 auf vier Goldmedaillen und eine Bronzemedaille brachte, und der US-Amerikaner Reid Barton, der in den Jahren 1998–2001 vier Goldmedaillen errang. 30 Teilnehmer konnten außerdem mindestens 3 Goldmedaillen gewinnen.

Das Reglement, das seit vielen Jahren festgeschrieben ist, sieht vor, dass nicht mehr als die Hälfte der Teilnehmer einen Preis erhält und dass die Anzahl der 1., 2. bzw. 3. Preise möglichst das Verhältnis 1:2:3 aufweisen sollte. Die diesjährigen Punktgrenzen werden in Tabelle 2 angegeben. Entsprechend dem Reglement und der Punktverteilung lag die niedrigste mögliche Grenze für Bronze bei 14 Punkten, so dass mit 282 von 565 praktisch genau die Hälfte der Teilnehmer einen Preis erhielt. Von den möglichen Preisgrenzen für Gold und Silber wurde in der Abschlusssitzung jeweils die untere und gleichzeitig deutlich näher am Idealwert liegende gewählt.

49	Goldmedaillen	für	\geq	32 Punkte (von 42)
98	Silbermedaillen	für	\geq	24 Punkte
135	Bronzemedaillen	für	\geq	14 Punkte
282	Medaillen	bei	565	Teilnehmern

Tabelle 2: Die Punktgrenzen für die Preise

Es gab dieses Jahr keinen Sonderpreis für die besonders elegante Lösung einer Aufgabe.

5 Die deutsche IMO-Mannschaft

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft steht in Tabelle 3. Obwohl die IMO ein Einzelwettbewerb ist und es keine offizielle Länderwertung gibt, wird immer wieder gerade nach dieser Rangfolge gefragt, s. Anlage B. Die ersten drei Plätze belegten China, Japan und Russland, Deutschland kam auf einen hervorragenden 9. Platz.

Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft haben alle Erwartungen erfüllt, zumal nur zwei Teilnehmende IMO-Erfahrung hatten. Erfreulich ist besonders, dass wieder alle 6 deutschen Schüler einen Preis gewannen und der Abstand zwischen den Teilnehmern deutlich kleiner als bei früheren IMOs war: zwischen zweitem und sechstem liegen gerade 6 Punkte! Besonders freuen wir uns über Lisa Sauermann, die nach einer Silbermedaille bei der IMO 2007 und einer Goldmedaille bei der IMO 2008 als jüngste Teilnehmerin der diesjährigen deutschen Mannschaft selbst die

Name	Punkte	Preis
Lisa Sauermann	41	Gold
Jens Reinhold	29	Silber
Bertram Arnold	28	Silber
Malte Lackmann	25	Silber
Martin Merker	25	Silber
Christoph Kröner	23	Bronze

Tabelle 3: Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft

schwierigste Aufgabe 6 löste und mit zwei anderen Teilnehmern in der absoluten Spitzengruppe liegt — sie kann sogar noch an zwei weiteren IMOs teilnehmen. Daneben kann sich nur noch Jens Reinhold als Schüler für die nächste IMO qualifizieren.

Der Vergleich der erreichten Ergebnisse (in Prozent) aller IMO-Teilnehmer, der Schüler der besten 10 Mannschaften sowie der deutschen Mannschaft gibt Aufschluss darüber, wie unsere Schüler die Aufgaben im Vergleich bewältigten, s. Tabelle 4.

Aufgabe	Gebiet	alle	Top 10	deutsches Team
1	Zahlentheorie	68,6%	98,8%	100,0%
2	Geometrie	53,0%	93,6%	78,6%
3	Algebra	14,6%	56,9%	26,2%
4	Geometrie	41,6%	90,0%	90,5%
5	Funktionalgleichung	35,3%	96,0%	88,1%
6	Kombinatorik	2,4%	13,6%	23,8%
alle		35,9%	74,8%	67,9%

Tabelle 4: Die Ergebnisse bezüglich der einzelnen Aufgaben

6 Ausblick

Die gegenwärtige Situation über die Ausrichtung der nächsten IMOs ist in Tabelle 5 angegeben.

Jahr	Land	Ort	Zeitraum
2010	Kasachstan	Astana	2.–16. Juli 2010
2011	Niederlande	Amsterdam	
2012	Argentinien		

Tabelle 5: Die nächsten IMOs

7 IMO-Advisory-Board

In diesem Jahr wurde über kein weiteres Austragungsland für eine IMO ab 2012 abgestimmt. Für die Wahlen zum IMO-Advisory-Board wurde ein neuer Wahlmodus verabschiedet, bei dem in einem Vorwahlgang die Kandidatenzahl auf das Doppelte der zu vergebenden Ämter reduziert wird, damit Kandidaten nicht nur durch eine Minderheit gewählt werden.

Wahlen zum IMO-Advisory-Board wird es wieder im kommenden Jahr geben.

Die Zusammensetzung des IMO-Advisory-Boards nach dieser IMO 2009 zeigt Tabelle 6.

Funktion	Name	Land	Amtszeit
Vorsitzender	Dr. Jozsef Pelikan	Ungarn	bis 2010
Sekretär	Prof. John Webb	Südafrika	bis 2012
Mitglied	Gregor Dolinar	Slowenien	bis 2012
Mitglied	Patricia Fauring	Argentinien	bis 2010
Mitglied	Myung-Hwan Kim	Südkorea	bis 2010
ex officio IMO 2009	Prof. Hans-Dietrich Gronau	Deutschland	bis 2010
ex officio IMO 2010	Tildash Bituova	Kasachstan	bis 2011
ex officio IMO 2011	Wim Berkelmans	Niederlande	bis 2012
ex officio IMO 2012	Patricia Fauring	Argentinien	bis 2013

Tabelle 6: Die Mitglieder des IMO-Advisory-Boards

8 IMO-Informationen

Für weitere Informationen über IMOs und andere mathematische Schülerwettbewerbe sei auf die Webseite

<http://www.Mathematik-Olympiaden.de>

des Mathematik-Olympiaden e.V. hingewiesen.

Daneben gibt es die offizielle IMO-Webseite

<http://www.imo-official.org>

mit einem fantastischen Angebot, z. B. einer Datenbank über alle Teilnehmer in der gesamten IMO-Geschichte.

A Die Aufgaben der 50. IMO 2009

1. Tag

1. Es seien n und k positive ganze Zahlen mit $k \geq 2$. Ferner seien a_1, \dots, a_k paarweise verschiedene ganze Zahlen aus der Menge $\{1, \dots, n\}$ derart, dass n die Zahl $a_i(a_{i+1} - 1)$ für jedes $i = 1, \dots, k - 1$ teilt. Man zeige, dass dann n die Zahl $a_k(a_1 - 1)$ nicht teilt. (Australien)

2. Es sei ABC ein Dreieck mit Umkreismittelpunkt O . Es seien P und Q innere Punkte der Seiten CA und AB . Ferner seien K, L und M die Mittelpunkte der Strecken BP, CQ bzw. PQ . Der Kreis Γ gehe durch K, L und M . Die Gerade PQ sei Tangente an den Kreis Γ . Man zeige, dass $|OP| = |OQ|$ gilt. (Russland)

3. Es sei s_1, s_2, s_3, \dots eine streng monoton wachsende Folge positiver ganzer Zahlen derart, dass die beiden Teilfolgen

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{und} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

jeweils arithmetische Folgen sind. Man zeige, dass s_1, s_2, s_3, \dots ebenfalls eine arithmetische Folge ist. (USA)

2. Tag

4. Es sei ABC ein Dreieck mit $|AB| = |AC|$. Die Innenwinkelhalbierenden der Winkel BAC und CBA schneiden die Seiten BC und AC in den Punkten D bzw. E . Es sei K der Inkreismittelpunkt des Dreiecks ADC . Ferner sei $\sphericalangle BEK = 45^\circ$. Man bestimme alle möglichen Werte von $\sphericalangle BAC$. (Belgien)

5. Man bestimme alle Funktionen f , die auf der Menge der positiven ganzen Zahlen definiert sind und nur positive ganze Zahlen als Werte annehmen, so dass es für alle positiven ganzen Zahlen a und b ein nicht entartetes Dreieck mit Seitenlängen

$$a, f(b) \text{ und } f(b + f(a) - 1)$$

gibt.

(Ein Dreieck heißt *nicht entartet*, wenn seine Eckpunkte nicht kollinear sind.) (Frankreich)

6. Es seien n eine positive ganze Zahl, a_1, a_2, \dots, a_n paarweise verschiedene positive ganze Zahlen und M eine Menge von $n - 1$ positiven ganzen Zahlen, die nicht die Summe $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ als Element enthält. Ein Grashüpfer springt längs der reellen Zahlengerade. Er startet im Nullpunkt und vollführt n Sprünge nach rechts mit Längen a_1, a_2, \dots, a_n in beliebiger Reihenfolge. Man zeige, dass der Grashüpfer seine Sprünge so anordnen kann, dass er nie auf einem Punkt aus M landet. (Russland)

Arbeitszeit: $4\frac{1}{2}$ Stunden an jedem Tag.

Bei jeder Aufgabe waren 7 Punkte erreichbar.

B 50. IMO 2009 - Länderübersicht (inoffiziell)

N	Land	P	G	S	B	N	Land	P	G	S	B
1	China	221	6	-	-	53	Slowakei	73	-	-	2
2	Japan	212	5	-	1	54	Mongolei	72	-	-	3
3	Russland	203	5	1	-	55	Spanien	71	-	-	4
4	Südkorea	188	3	3	-	56	Schweden	70	-	-	2
5	Nordkorea	183	3	2	1	57	Dänemark	68	-	1	1
6	USA	182	2	4	-	58	Bangladesch	67	-	-	2
7	Thailand	181	1	5	-	59	Österreich	66	-	-	2
8	Türkei	177	2	4	-	60	Luxemburg	65	-	-	3
9	Deutschland	171	1	4	1	61	Bosnien und Herzegowina	63	-	-	1
10	Weißrussland	167	1	4	1	62	Lettland	61	-	-	1
11	Italien	165	2	2	2	63	Norwegen	60	-	-	2
	Taiwan	165	1	5	-	64	Armenien	59	-	-	2
13	Rumänien	163	2	2	2	65	Slowenien	58	-	-	1
14	Ukraine	162	3	1	2	66	Neuseeland	53	-	-	1
15	Iran	161	1	4	1	67	Finnland	49	-	-	-
	Vietnam	161	2	2	2		Macao	49	-	-	1
17	Brasilien	160	1	3	2	69	Republik Zypern	45	-	1	-
18	Kanada	158	1	3	2	70	Chile (4)	41	-	1	-
19	Bulgarien	157	1	3	2	71	Estland	40	-	-	-
	Großbritannien	157	1	3	2	72	Costa Rica (4)	34	-	-	1
	Ungarn	157	1	2	3	73	Kirgisistan	33	-	-	-
22	Serbien	153	1	3	1	74	Marokko	32	-	-	-
23	Australien	151	2	1	2	75	Malaysia (2)	31	-	1	-
24	Peru	144	-	4	2	76	Trinidad und Tobago	28	-	-	-
25	Georgien	140	-	3	2	77	Tunesien (5)	27	-	-	1
	Polen	140	-	2	4	78	Ecuador	26	-	-	-
27	Kasachstan	136	-	3	3		Island	26	-	-	-
28	Indien	130	-	3	2		Philippinen (4)	26	-	-	1
29	Hongkong	122	1	2	2	81	Albanien	24	-	-	-
30	Singapur	116	-	2	3		Honduras (3)	24	-	-	1
31	Frankreich	112	-	1	3	83	Montenegro (4)	23	-	-	-
32	Kroatien	110	-	1	4		Puerto Rico	23	-	-	-
33	Portugal	99	-	1	3	85	Kuba (1)	21	-	-	1
34	Turkmenistan	97	-	1	3		Liechtenstein (2)	21	-	-	1
35	Argentinien	93	-	1	1		Pakistan (5)	21	-	-	1
36	Aserbaidshjan	91	-	1	2		Uruguay	21	-	-	-
	Mazedonien	91	-	1	3	89	Irland	20	-	-	-
38	Belgien	89	-	1	2	90	Nigeria	17	-	-	-
39	Kolumbien	88	-	1	2	91	Guatemala (4)	14	-	-	-
40	Tschechien	87	-	1	2		Kambodscha	14	-	-	-
41	Griechenland	86	-	-	3		Paraguay (4)	14	-	-	-
42	Usbekistan	85	-	1	2	94	El Salvador (3)	13	-	-	-
43	Indonesien	84	-	-	4		Venezuela (2)	13	-	-	-
	Südafrika	84	-	-	2	96	Panama (1)	12	-	-	-
45	Tadschikistan	82	-	1	2	97	Bolivien (3)	9	-	-	-
46	Israel	80	-	-	3	98	Mauretanien	8	-	-	-
47	Niederlande	79	-	1	1	99	Syrien (5)	7	-	-	-
	Schweiz	79	-	-	3	100	Simbabwe (2)	5	-	-	-
49	Litauen	77	-	1	1	101	Benin (2)	3	-	-	-
50	Mexiko	74	-	-	3		Kuwait (4)	3	-	-	-
	Moldawien	74	-	-	4		Vereinigte Arabische Emirate (5)	3	-	-	-
	Sri Lanka	74	-	-	2	104	Algerien (4)	2	-	-	-

Legende: N - Platzierung, P - Punktzahl, G - Anzahl der Goldmedaillen, S - Anzahl der Silbermedaillen, B - Anzahl der Bronzemedailles. Jede Mannschaft bestand aus 6 bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülern und konnte maximal 6 mal 42, also 252 Punkte erreichen.