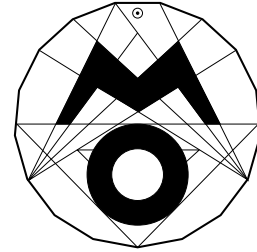


35. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 6
Aufgaben



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

350611

In Anlehnung an eine alte indische Erzählung kann man das folgende Gedankenspiel treiben: Auf einem Schachbrett liegt auf dem ersten Feld ein Pfennig; auf dem zweiten liegen 2 Pfennige, auf dem dritten Feld 4 Pfennige. Auch auf jedem weiteren Feld liegen jeweils doppelt so viele Pfennige wie auf dem vorhergehenden Feld.

- a) Zeige, daß auf dem 16. Feld 32^3 Pfennige liegen! (Zur Schreibweise siehe unten den Hinweis.)
- b) Suche ähnliche Darstellungen in Potenzschreibweise für die Anzahl der Pfennige auf dem 29. Feld sowie auf dem 64. Feld!
- c) Wie viele Pfennige befinden sich zusammengenommen auf den ersten 28 Feldern des Schachbrettes?
(Auch zur Angabe dieser Anzahl genügt eine Darstellung, bei der – unter anderem – von der Potenzschreibweise Gebrauch gemacht wird.) Vergleiche diese Anzahl mit der Anzahl der Pfennige auf dem 29. Feld!
- d) Versuche, in ähnlicher Form allgemein anzugeben, wie viele Pfennige sich zusammengenommen auf den ersten n Feldern befinden! Gib dann auch in entsprechender Darstellung an, wie viele Pfennige insgesamt auf dem Schachbrett sind!

Hinweis: 32^3 (gelesen: „32 hoch 3“) bedeutet $32 \cdot 32 \cdot 32$. Man nennt 32^3 die Potenz mit der Basis 32 und dem Exponent 3. Allgemein bedeutet z^n (gelesen „z hoch n“) das Produkt aus n Faktoren, die alle z lauten.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350612

Ruth beschriftet sechs Kärtchen, jedes mit genau einer der Ziffern 1, 2, 4, 5, 7, 8, so daß jede dieser Ziffern auf genau einem Kärtchen steht.

- a) Sie will die Kärtchen einmal so legen, daß eine Additionsaufgabe zweier dreistelliger Zahlen mit dem Ergebnis 702 entsteht.

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline 7 \quad 0 \quad 2 \end{array}$$

A 350612 a

Ein anderes Mal soll eine Additionsaufgabe dreier zweistelliger Zahlen mit dem Ergebnis 135 entstehen (siehe Abbildung A 350612 b).

$$\begin{array}{r} \square \square \\ + \square \square \\ + \square \square \\ \hline 1 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

A 350612 b

Gib je eine Möglichkeit hierzu an!

- b) Nun sollen die Kärtchen so gelegt werden, daß eine Additionsaufgabe zweier dreistelliger Zahlen mit einem möglichst großen **dreistelligen Ergebnis** entsteht. Gib eine Möglichkeit hierzu an! Wie lautet die möglichst große dreistellige Summe?

Ebenso soll mit den Kärtchen durch Addition dreier zweistelliger Zahlen eine möglichst große **zweistellige Summe** entstehen. Wie lautet diese Summe? Gib eine solche Addition an!

- c) Schließlich sollen die Kärtchen so gelegt werden, daß durch Addition zweier dreistelliger Zahlen eine überhaupt möglichst große Summe entsteht. Wie lautet sie?

350613

Die Klasse 6a möchte in ihrem Klassenraum Fußboden, Wände und Decken renovieren. Auch 20 Eltern wollen sich an den Arbeiten beteiligen.

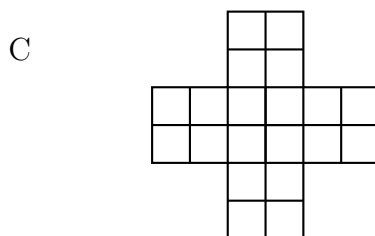
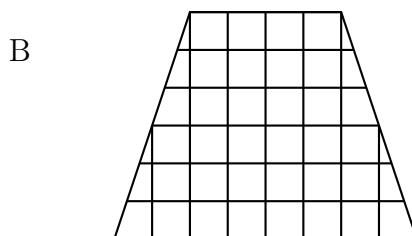
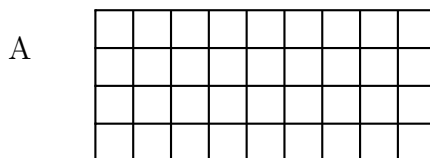
- a) Diese 20 Personen sollen in drei Arbeitsgruppen aufgeteilt werden. In jeder dieser drei Gruppen sollen mindestens 4 Personen sein. Gib alle Möglichkeiten für die drei Gruppenstärken an! Dabei genügt es, von Aufteilungen, die sich nur in der Reihenfolge der Gruppenstärken unterscheiden, nur eine zu nennen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- b) Drei Schüler besorgen Informationen über ansprechende Farben und Muster. Sie schlagen zur Auswahl vor: 3 verschiedene Fußbodenfarben, 5 verschiedene Tapetenmuster, 4 verschiedene Deckenfarben. Wie viele Zusammenstellungen aus je einer Fußbodenfarbe, einem Tapetenmuster und einer Deckenfarbe könnten unter Verwendung dieser Vorschläge insgesamt gebildet werden?
- c) Die Fußbodenfarbe kann in Eimern zu je 9 Litern besorgt werden. Nach der Aufschrift auf den Eimern reicht ein Liter mit Sicherheit für 2 Quadratmeter. Die Schüler haben den Klassenraum gemessen und überlegen nun, welche (möglichst kleine) Anzahl von Eimern hiernach mit Sicherheit ausreicht. Finde diese Anzahl, wenn Folgendes gemessen wurde! Der Klassenraum ist 7,76 m breit und 9,94 m lang. Zusätzlich zu dieser rechteckigen Fußbodenfläche ist eine Fußbodenleiste zu streichen. Sie verläuft 6 cm breit um den gesamten Raum herum mit Ausnahme der Tür, die 1 m breit ist. Die Fußbodenfläche soll zweimal gestrichen werden, die Fußbodenleiste nur einmal.

350614

Wähle zu jeder der Figuren *A*, *B* und *C* der Abbildung A 350614 höchstens je 5 Geraden, die die betreffende Figur in Teilflächen zerlegen! Diese Teilflächen sollen sich dann zu einem Quadrat zusammensetzen lassen, ohne daß Lücken zwischen ihnen frei bleiben oder sich Teile überlappen; und alle Teilflächen der betreffenden Figur sollen dabei verbraucht werden.



A 350614