

35. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben

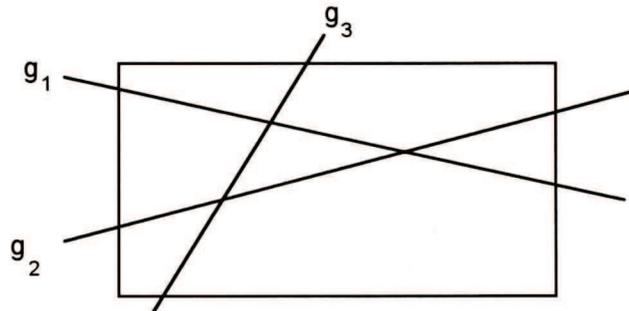


© 1995 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

350521

- a) In der Abbildung A 350521 wird ein Rechteck durch drei Geraden g_1, g_2, g_3 in Teilflächen zerlegt. Diese Teilflächen sollen so gefärbt werden, daß niemals zwei Teilflächen, die entlang einer Linie benachbart sind, dieselbe Farbe haben. (Sind zwei Teilflächen nur an einer Ecke benachbart, so wird an diese Teilflächen keine Forderung gestellt.) Insgesamt sollen möglichst wenige Farben verwendet werden.



A 350521

Gib ein Beispiel einer derartigen Färbung an!

- b) In die Abbildung A 350521 soll eine zusätzliche Gerade g_4 eingezeichnet werden. Die Vorschrift für Farben in benachbarten Teilflächen bleibt dieselbe. Zeichne Beispiele für verschiedene Lagemöglichkeiten einer vierten Geraden und gib bei diesen Beispielen an, welche kleinstmögliche Anzahl von Farben nun ausreicht! Eine Begründung wird nicht verlangt.
- c) Peter behauptet: „Man kann in die (unveränderte) Abbildung A 350521 eine zusätzliche Linie l so einzeichnen, daß das Rechteck in Teilflächen eingeteilt wird, zu deren Färbung drei Farben nötig sind, wenn die Vorschrift für Farben in benachbarten Teilflächen dieselbe bleibt.“

Gib ein Beispiel an, falls Peter recht hat!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350522

Andreas, Bernd, Claus, Dieter, Eric, Franz und Gunther waren die Teilnehmer an einem 100 m-Lauf. Keine zwei von ihnen hatten in dem Lauf dieselbe Zeit erreicht. Über die Reihenfolge ihres Zieleinlaufs wird berichtet:

- (1) Andreas kam direkt vor Bernd und unmittelbar hinter Claus ins Ziel.
- (2) Dieter lief gleich hinter Eric ein.
- (3) Franz erzielte den mittleren der sieben Plätze.

Ferner ist bekannt:

- (4) Andreas und Dieter wohnen in A-Stadt.
- (5) Den zweiten Platz schaffte ein Junge aus B-Stadt.

Wie war nach diesen Informationen die Platzverteilung?

350523

Axel, Bruno, Christian und Dirk wollen Boot fahren. Zur Verfügung stehen zwei Paddelboote und ein Tretboot.

- a) Zuerst wollen sie nur eines der Paddelboote und das Tretboot verwenden, jedes dieser beiden Boote für zwei Jungen. Nenne alle Möglichkeiten, die es hierzu für die Verteilung der Jungen auf die Boote gibt!
- b) Dann wollen sie Wettfahrten machen: In einem Paddelboot sollen zwei Jungen fahren, im anderen Paddelboot die beiden anderen Jungen. Jede Möglichkeit, die vier Jungen in dieser Weise aufzuteilen, soll in genau einer Wettfahrt stattfinden. Aus diesen Wettfahrten soll das ganze „Turnier“ bestehen. Nenne alle Wettfahrten des Turniers!
Axel fragt: „Wenn man sich nur von jeder einzelnen Wettfahrt merkt, welches Zweier-team das schnellere war, kann man dann schon daraus ersehen, welches Zweier-team im gesamten Turnier das schnellste war?“
Bruno meint: „Nein. Selbst wenn nämlich in einem zweiten Turnier bei jeder einzelnen Wettfahrt wieder dasselbe Zweier-team das schnellere wird wie im ersten Turnier, so kann dabei trotzdem das schnellste Zweier-team im gesamten zweiten Turnier ein anderes werden als im ersten.“
Kann man Brunos Behauptung durch ein Beispiel belegen?
- c) Am Ende wollen sie nur noch ein bißchen paddeln. Einer der vier soll sich an Land ausruhen, einer soll ein Paddelboot alleine benutzen, die beiden übrigen Jungen das andere Paddelboot. Christian will aber nicht mit Dirk in einem Boot sein.
Nenne alle Möglichkeiten, die es hiernach für die Aufteilung der Jungen gibt!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350524

Frank nimmt in jede Hand eine Anzahl Kugeln, keine Hand bleibt leer. Er verrät: „In einer Hand habe ich eine gerade Anzahl Kugeln, in der anderen Hand eine ungerade Anzahl.“

Michael sagt: „Multipliziere die Anzahl der Kugeln in der linken Hand mit 4, die Anzahl der Kugeln in der rechten Hand mit 5 und nenne die Summe dieser beiden Produkte!“

- a) Wie kann man, wenn die Summe genannt wird, mit Sicherheit die Aussage erhalten, in welcher Hand die gerade und in welcher Hand die ungerade Anzahl Kugeln ist?
- b) Wie kann man, wenn die Summe 60 genannt wird, mit Sicherheit die beiden Anzahlen der Kugeln herleiten, die Frank in der linken Hand und in der rechten Hand hat?