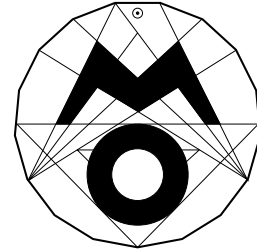


**35. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Olympiadeklasse 9**  
**Aufgaben**



© 1995 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

350921

An der Eingangsallee eines Arboretums (Baumgartens) sollen in einer Reihe 14 Bäume gepflanzt werden: 2 Arven, 2 Birken, 2 Coloradotannen, 2 Douglasien, 2 Eiben, 2 Faulbäume und 2 Ginkobäume. Die Bäume sollen so gepflanzt werden, daß stets zwischen zwei gleichartigen Bäumen eine Anzahl (größer als Null) der anderen 12 Bäume steht. Von diesen hiermit geforderten sieben Anzahlen (Bäume zwischen den Arven, Bäume zwischen den Birken, . . . , Bäume zwischen den Ginkos ) sollen keine zwei einander gleich sein.

Nenne zwei Beispiele für eine derartige Anordnung der Bäume! Diese beiden Beispiele sollen in folgendem Sinn voneinander verschieden sein: Es soll nicht möglich sein, das eine Beispiel aus dem anderen dadurch zu erhalten, daß man lediglich die Reihenfolge der Bäume umkehrt oder daß man in einer Reihenfolge eine bloße Umbenennung der Baumarten vornimmt oder daß man beides durchführt.

350922

Yvonne und Zacharias spielen „Kalkulation beim Joghurtverkauf.“

Zacharias sagt: „Bisher verkaufte ich in jeder Woche 1000 Becher Joghurt zu je 0,49 DM und 1000 Becher zu je 0,59 DM. Jetzt überlege ich, ob es günstig ist, den Verkaufspreis der zweiten Sorte von 0,59 DM auf 0,69 DM zu erhöhen. Nur fürchte ich, daß die Käuferzahl für diese Becher zu stark abnimmt.“

Yvonne überlegt: „Vielleicht kaufen dafür mehr Kunden als früher den billigen Becher, so daß bei insgesamt unveränderter Anzahl 2000 verkaufter Becher auch der Erlös vom Verkauf beider Bechersorten insgesamt unverändert bleibt.“

Ist das rechnerisch möglich?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350923

Man denke sich alle natürlichen Zahlen von 1 bis einschließlich zu einer Zahl  $n$  aufgeschrieben. Bei diesem Schreibvorgang werde die Ziffer 5 genau  $p$ -mal und die Ziffer 6 genau  $q$ -mal geschrieben.

- a) Man ermittle die kleinste Zahl  $n$ , für die  $p = q = 321$  gilt.
- b) Gibt es eine Zahl  $n$ , für die  $p = q = 1995$  gilt?

350924

Beweise die beiden folgenden Aussagen!

- a) Wenn in einem Viereck  $ABCD$  die Diagonale  $\overline{BD}$  von der Diagonale  $\overline{AC}$  oder ihrer Verlängerung halbiert wird, so wird auch der Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$  von der Diagonale  $\overline{AC}$  halbiert.
- b) Wenn der Flächeninhalt eines Vierecks  $ABCD$  von der Diagonale  $\overline{AC}$  halbiert wird, so wird auch die Diagonale  $\overline{BD}$  von der Diagonale  $\overline{AC}$  oder ihrer Verlängerung halbiert.