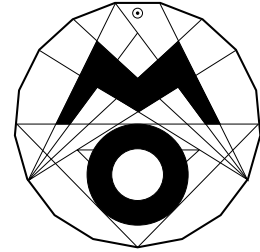


35. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben

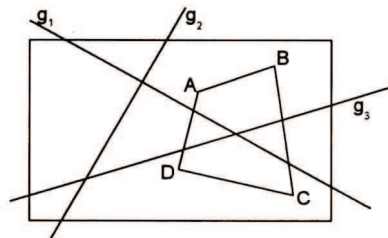


© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

350531

In der Abbildung A 350531 wird ein Rechteck durch drei Geraden g_1, g_2, g_3 und ein Viereck $ABCD$ in Teilflächen zerlegt. Diese Teilflächen sollen so gefärbt werden, daß niemals zwei Teilflächen, die entlang einer Linie benachbart sind, dieselbe Farbe haben. (Sind zwei Teilflächen nur in einem Punkt benachbart, so wird an diese Teilfläche keine Forderung gestellt.)



A 350531

- a) Anita behauptet: „Man kann eine Färbung der geforderten Art mit zwei Farben erreichen.“ Hat Anita recht? Wenn ja, gib eine derartige Färbung an!
- b) Jetzt soll anstelle des Vierecks $ABCD$ ein anderes Viereck $EFGH$ gewählt werden. Es darf auch gemeinsame Linien mit den Geraden haben.
Bernd sagt: „Man kann $EFGH$ so wählen, daß durch g_1, g_2, g_3 und $EFGH$ eine Zerlegung entsteht, bei der zum Färben der Teilflächen mehr als zwei Farben erforderlich sind.“ Hat Bernd recht? Wenn ja, zeichne eine solche Zerlegung, gib eine derartige Färbung an und erkläre, warum zwei Farben nicht ausreichen!
- c) Christiane will eine Zerlegung durch g_1, g_2, g_3 und zwei Vierecke $KLMN$ und $PQRS$ bilden, bei der zum Färben der Teilflächen mehr als drei Farben erforderlich sind. Wenn das möglich ist, zeichne eine solche Zerlegung und erkläre, warum drei Farben nicht ausreichen!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350532

Alexandra, Birgit, Cornelia, Doris und Elena wollen Tischtennis spielen. Allerdings steht nur eine Tischtennisplatte zur Verfügung. Deswegen wollen sie ein Doppel-Turnier austragen (d.h., vor jedem Spiel des Turniers werden zwei Teams gebildet, jedes dieser Teams aus zwei Spielerinnen).

- a) Welche verschiedenen Teams gibt es? Welche verschiedenen Spiele gibt es? Zähle alle Möglichkeiten auf!
- b) Wieviel Zeit ist für ein Turnier aus allen diesen Spielen anzusetzen, wenn für je vier Spiele eine Stunde angesetzt werden soll?
- c) Nach dem Turnier sagt Elena: „Ich war in neun Spielen im Siegerteam!“ Doris sagt: „Komisch, ich auch!“ Kann das stimmen?

350533

- a) In der Zeit, als der Rechenmeister Adam Ries lebte, gab es in verschiedenen deutschen Ländern unterschiedliche Währungen. In der Umgebung von Leipzig bezahlte man mit Gulden (*fl*), Groschen (*gr*) und Pfennigen (*pf*). Für 2 Gulden erhielt man 42 Groschen, für 60 Pfennige bekam man 5 Groschen.

Wie viele Pfennige erhielt man für einen Gulden?

- b) In einem Rechenbüchlein von Adam Ries steht folgende Aufgabe:

Item / Einer hat empfangen / wie hernach verzeichnet

<i>fl</i>	<i>gr</i>	<i>pf</i>
123	17	9
145	15	11
207	11	7
278	13	6

Wieviel macht es in einer summa?

Das heißt: Jemand hat die genannten Beträge erhalten. Wie groß ist ihre Summe?

Wie kann man diese Summe mit möglichst wenig Geldstücken zusammenstellen?

- c) Die Summe soll so an zwei Brüder verteilt werden, daß der eine doppelt so viel erhält wie der andere. Wieviel bekommt jeder? Wie kann man diese beiden Anteile so auszahlen, daß man dabei möglichst wenig Geldstücke verwendet?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

350534

In einem Karton liegen 40 Kugeln. Jede Kugel hat genau eine der Farben Blau, Grün, Rot, Schwarz, Weiß; jede dieser Farben kommt mindestens einmal vor. Ferner gilt:

Die Anzahl der blauen Kugeln ist doppelt so groß wie die Anzahl der grünen Kugeln.

Es gibt genau halb so viele rote Kugeln wie blaue.

Es gibt genau doppelt so viele weiße Kugeln wie blaue.

- a) Stelle in einer Tabelle alle möglichen Verteilungen der Farben zusammen! (Darin soll jedesmal eine Verteilung so angegeben werden, daß für jede Farbe die Anzahl der Kugeln in der Tabelle steht.)
- b) Katja nimmt 7 Kugeln aus dem Karton. Darunter sind fünf Kugeln mit gleicher Farbe. Welche Farbe kann dies sein? Nenne für jede in a) gefundene Verteilung alle Möglichkeiten!
- c) Nun legt Katja die 7 Kugeln in den Karton zurück und nimmt dann 18 Kugeln heraus. Unter diesen gibt es keine fünf Kugeln mit gleicher Farbe. Wenn Katja aber noch irgend eine der restlichen Kugeln herausnehmen würde, so wären in jedem Fall unter den 19 herausgenommenen Kugeln fünf mit gleicher Farbe.

Welche Verteilung müssen hiernach die 40 Kugeln haben?

Hinweis: Nutze nochmals deine Tabelle!