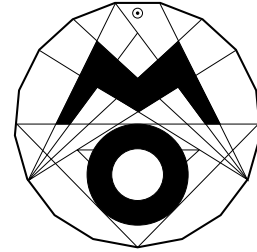


35. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

350931

Beweisen Sie, daß man ein gleichseitiges Dreieck so in 1996 gleichseitige Teildreiecke zerschneiden kann, daß es unter je 5 dieser Teildreiecke zwei gibt, die zueinander nicht kongruent sind!

350932

- a) Zu einem gegebenen konvexen Viereck $ABCD$ soll eine Strecke konstruiert werden, die A als einen Eckpunkt hat und das Viereck in zwei flächeninhaltsgleiche Teile zerlegt. Beschreiben Sie eine Konstruktion und beweisen Sie, daß sich zu jedem beliebig gegebenen konvexen Viereck $ABCD$ eine derartige Strecke ergibt, wenn sie nach Ihrer Beschreibung konstruiert wird!
- b) Konstruieren Sie ein Viereck $ABCD$, in dem $a = |AB| = 4,0$ cm, $b = |BC| = 3,7$ cm sowie $d = |AD| = 4,7$ cm gilt, der Innenwinkel BAD die Größe $\alpha = 61^\circ$ hat und der Innenwinkel ABC die Größe $\beta = 83^\circ$ hat!

Führen Sie zu diesem Viereck die nach a) beschriebene Konstruktion durch!

Hinweis: Ein Viereck $ABCD$ heißt genau dann konvex, wenn alle seine Innenwinkel kleiner als 180° sind.

350933

Die Zahl $20!$ ist das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis 20. Im Dezimalsystem ist diese Zahl 19-stellig. Jürgen hat den Rechnerausdruck

$$20! = 2\,432\,902\,0\boxed{}8\,176\,6\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$$

erhalten; darin sind die Ziffern an den Stellen $\boxed{}$ unleserlich. Kann er, wenn die anderen Ziffern korrekt sind, die fehlenden Ziffern ermitteln, ohne einen Rechner zu nutzen oder Multiplikationen mit zehner- oder mehrstelligen Zahlen auszuführen? Wenn das möglich ist, begründen Sie dies und geben Sie die fehlenden Ziffern an!