35. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklassen 11–13
Aufgaben – 2. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

351334

Man ermittle alle reellen Lösungen der Gleichung:

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)(x+11)+225=0\,.$$

351335

Über reelle Zahlen a, b und c werde vorausgesetzt, daß für alle reellen Zahlen x mit $|x| \leqslant 1$ die Ungleichung $|ax^2+bx+c| \leqslant \frac{1}{100}$ gilt.

Man beweise, daß aus dieser Voraussetzung stets folgt: Es gilt $|a|+|b|+|c| \leqslant \frac{1}{25}$.

351336

Es sei k der Umkreis eines gegebenen regelmäßigen Sechsecks $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$.

Ist X ein Punkt auf k, so seien A, B und C die Fußpunkte der Lote von X auf die Diagonalen $\overline{P_1P_4}, \overline{P_2P_5}$ bzw. $\overline{P_3P_6}$.

Man beweise, daß der Flächeninhalt des Dreiecks ABC nicht von der Wahl des Punktes X auf k abhängt.