35. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklasse 9
Aufgaben – 1. Tag

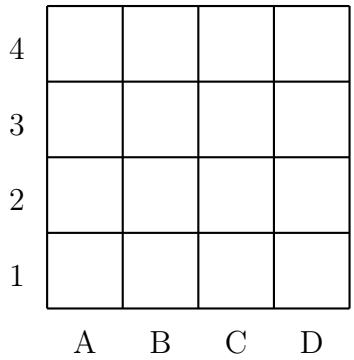
© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

350941

Die untere Abbildung A 350941 zeigt ein 4×4 Schachbrett. Ein Springer steht auf dem Feld A1 und soll das Feld D4 in n Springerzügen erreichen. Bedingung ist dabei, jedes Feld höchstens einmal zu besetzen.

Ermitteln Sie alle diejenigen Zahlen n, für die sich ein Weg aus n derartigen Springerzügen finden läßt!



A 350941

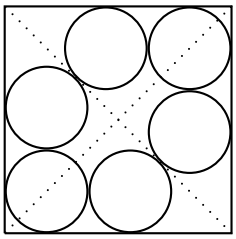
350942

Alex und Beate beschäftigen sich mit folgendem Problem:

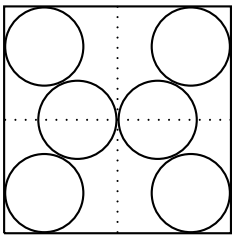
In ein Quadrat mit gegebener Seitenlänge a sollen n kongruente, möglichst große Kreise so einbeschrieben werden, daß keine zwei Kreise einen inneren Punkt gemeinsam haben und daß kein Punkt eines Kreises außerhalb des Quadrates liegt.

Für $n = 6$ zeichnete Alex die Kreise in der Anordnung wie in Abbildung A 350942 a, Beate wie in Abbildung A 350942 b. Wer hat die größeren Kreise gezeichnet?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!



A 350942 a



A 350942 b

350943

Über drei Geraden g, h und j wird vorausgesetzt, daß sie zueinander parallel sind, wobei h zwischen g und j liegt. Durch einen Punkt P auf g werden die beiden Geraden gezeichnet, die mit g Winkel von $60°$ einschließen. Diese Geraden schneiden h und j in insgesamt vier Punkten.

Beweisen Sie, daß aus diesen Voraussetzungen stets folgt. Man kann aus den zuletzt genannten vier Schnittpunkten zwei Punkte A und B so auswählen, daß auf g ein Punkt C existiert, für den ABC ein gleichseitiges Dreieck ist.