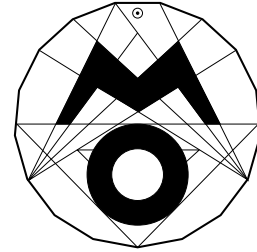


36. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

360511

Wir basteln eine „Zahlenkette“. Alle ihre „Glieder“ sollen dreistellige Zahlen sein; allerdings wird auch erlaubt (anders als sonst oft üblich), daß ein „Glieder“ die Anfangsziffer 0 hat.

Als erstes „Glieder“ wählen wir eine beliebige dreistellige Zahl, in der mindestens zwei voneinander verschiedene Ziffern vorkommen. Nun wird erklärt, wie man den „Nachfolger“ zu einem „Glieder“ bildet: Man sortiert die drei Ziffern des „Glieder“ einmal so, daß eine möglichst große Zahl entsteht, und ein zweites Mal so, daß eine möglichst kleine Zahl entsteht. Die Differenz zwischen diesen beiden Zahlen ist der gesuchte „Nachfolger“. Ist die Differenz zweistellig (z.B. „99“), mache sie durch Voranstellen einer 0 dreistellig (also „099“).

Nach dieser Vorschrift stellen wir aus dem ersten Glied als seinen Nachfolger das zweite Glied her, daraus nach derselben Vorschrift das dritte, ... usw.

- a) Bilde als Beispiele einige „Zahlenketten“ und stelle fest, ob sich in diesen Beispielen die „Glieder“ von einer Stelle an stets wiederholen!
- b) Versuche herauszufinden, ob sich in jeder möglichen „Zahlenkette“ gewisse „Glieder“ von einer Stelle an wiederholen! Wenn du meinst, daß das so ist, woran könnte es liegen?

360512

Drei Fußballvereine A , B und C tragen ein Turnier aus, bei dem jeder Verein genau einmal gegen jeden der beiden anderen Vereine spielt. Die Punkteverteilung erfolgt so:

Jeder Verein bekommt

für jedes	gewonnene	Spiel	3 Punkte,
für jedes	verlorene	Spiel	0 Punkte,
für jedes	unentschiedene	Spiel	1 Punkt.

- a) Wie viele Spiele werden insgesamt in dem Turnier gespielt, und welche sind es?
- b) Wie viele Spiele insgesamt gibt es bei einem entsprechenden Turnier mit 4 Vereinen? Und bei 5 Vereinen?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- c) Xaver, Yvonne und Zacharias sprechen über den Tabellen-Endstand des Turniers mit den drei Vereinen A , B und C . Kann der Tabellenstand am Ende des Turniers mit den Vereinen A , B und C so aussehen:

Xaver behauptet:	
Verein	Punkte
A	6
B	3
C	1

Yvonne behauptet:	
Verein	Punkte
A	4
B	1
C	2

Zacharias behauptet:	
Verein	Punkte
A	2
B	2
C	2

Stelle für jede der drei Behauptungen fest, ob sie einen möglichen Endstand angibt! Begründe deine Feststellungen!

360513

Die Zahl 135 kann in verschiedener Weise als Summe von aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen dargestellt werden, wobei die 0 nicht als Summand zugelassen sein soll. Zwei Beispiele:

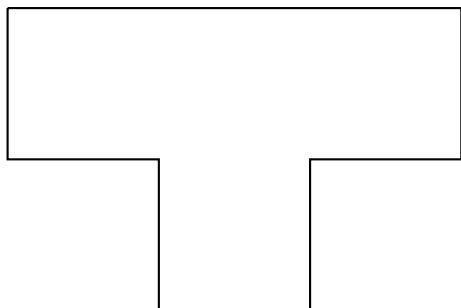
$$135 = 44 + 45 + 46 \quad \text{oder} \quad (1)$$

$$135 = 2 + 3 + 4 + \dots + 14 + 15 + 16. \quad (2)$$

- Gib mindestens zwei weitere Darstellungen von 135 als Summe aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen an!
- Auch die Zahl 15 kann als Summe von aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen dargestellt werden. Gib alle diese Darstellungen an! Erkläre auch, warum es keine weiteren gibt!
- Peter meint: „Aus der Tatsache, daß $213 : = 71$ gilt, kann man eine Darstellung der Zahl 213 als Summe von drei aufeinanderfolgenden Zahlen gewinnen, nämlich ...“. Welche Darstellung hat er (wenn er richtig gedacht hat) da gefunden? Durch welche Überlegung kann er sie gefunden haben? Wende eine solche Überlegung auch auf zwei andere Beispiele an, bei denen eine durch 3 teilbare Zahl darzustellen ist!

360514

Die Figur aus der Abbildung A 360514 ist aus vier Quadraten der Seitenlänge 2 cm zusammensetzbar. Sie soll mit genau einem Schnitt so in zwei Teilfiguren zerlegt werden, daß diese Teile zu einem Quadrat zusammengesetzt werden können.



A 360514

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Finde mindestens drei unterschiedliche Lösungen!

Für jede der drei Lösungen genügt es, zu zeichnen:

- (1) die Ausgangsfigur mit dem eingezeichneten Schnitt, und daneben
- (2) die zu einem Quadrat zusammengesetzten Teile.

.