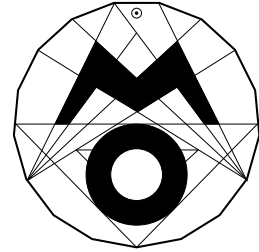


36. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

360531

Eine von Adam Ries in einem seiner Rechenbücher gestellte Aufgabe könnte man heute so formulieren: „Jemand kauft 56 Pfund einer Ware für 13 Gulden, 2 Groschen und 4 Pfennige. Wieviel kosten 8 Pfund von dieser Ware?“

Bei dieser Aufgabe soll nur mit drei Münzarten gerechnet werden, die zur Zeit von Adam Ries vorkamen: Gulden, Groschen, Pfennig. Für diese Münzen galt:

Ein Gulden hat 21 Groschen, ein Groschen hat 12 Pfennige.

- a) Wenn der Käufer die 56 Pfund nur mit Pfennigen bezahlt hätte, wie viele wären das gewesen?
- b) Beantworte die Frage von Ries: Wieviel kosten 8 Pfund der Ware? Gib dabei den Preis so an, daß die Zahl der benötigten Münzen möglichst klein ist!
- c) Drei Personen kaufen die 56 Pfund. Sie teilen sich diesen Kauf so ein: Der Zweite kauft doppelt so viel wie der Erste, der Dritte kauft doppelt so viel wie der Zweite. Gib für jeden der drei Käufer den zu zahlenden Preis so an, daß die Zahl der von ihm benötigten Münzen möglichst klein ist!

360532

Sieben Fußballvereine trugen ein Turnier aus, bei dem jeder dieser Vereine gegen jeden anderen genau einmal spielte. Die Punktverteilung erfolgt so: Jeder Verein erhält

für jedes gewonnene Spiel 3 Punkte,
für jedes unentschiedene Spiel 1 Punkt,
für jedes verlorene Spiel 0 Punkte.

- a) Wie viele Spiele wurden in diesem Turnier gespielt?
- b) Nach dem Turnier behauptet Franz, einer Tabelle entnehmen zu können: „Der Siegerverein hat genau 17 Punkte erhalten.“ Fritz meint: „Das kann nicht stimmen.“ Zeige, daß Fritz recht hat!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- c) Die (richtige) Tabelle am Ende des Turniers ergibt 52 als Summe der Punkte aller sieben Vereine. Wie viele von allen Spielen wurden gewonnen?
- d) Zeige, daß am Ende eines Turniers die Summe der Punkte aller sieben Vereine nicht 41 sein kann!

360533

Otto, Paul und Rudolf gingen gemeinsam kegeln. Sie spielten es so: In einem Wurf versucht man, mit der Kugel möglichst viele der neun Kegel umzuwerfen. Jeder umgefallene Kegel bringt einen Punkt. Nach jedem Wurf werden die neun Kegel wieder aufgestellt.

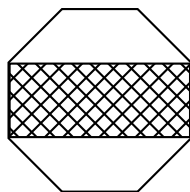
- (1) Nachdem jeder Spieler einmal gekegelt hatte, wurde festgestellt:
Paul hatte die meisten Punkte,
Rudolf schaffte drei Punkte weniger als Paul,
Otto schaffte sechs Punkte weniger als Paul und Rolf zusammen,
insgesamt wurden beim ersten Wurf 20 Punkte erzielt.
 - (2) Beim zweiten Wurf ergab sich:
Paul kegelte besser als bei seinem ersten Wurf,
Otto erreichte fünf Punkte weniger als Paul,
Rudolf erzielte einen Punkt mehr als Otto.
 - (3) Als jeder Spieler dreimal gekegelt hatte, kam heraus:
Mit allen drei Würfeln zusammen schaffte Paul 18 Punkte,
Otto erzielte insgesamt zwei Punkte mehr als Paul;
es waren insgesamt 54 Kegel umgefallen.
- a) Wie viele Punkte erreichte Paul beim ersten Wurf?
 - b) Wie viele Punkte erreichte Paul beim dritten Wurf?
 - c) Wie viele Punkte erreichte Rudolf beim dritten Wurf?

360534

Gegeben ist ein regelmäßiges Achteck, in dem ein Teil eingefärbt ist.

(Ein Achteck heißt regelmäßig, wenn alle seine Seiten einander gleichlang sind und alle seine Winkel einander gleichgroß sind.)

Welcher Bruchteil der Fläche des Achtecks ist eingefärbt?



Nenne Überlegungen, mit denen du deine Antwort gefunden hast!