

**36. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Olympiadeklassen 7**  
**Aufgaben – 1. Tag**



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

360731

In einem Speiselokal bietet die Mittagskarte vier verschiedene Vorspeisen, drei verschiedene Suppen, fünf verschiedene Hauptgerichte und zwei verschiedene Nachspeisen an.

- (a) Wie viele verschiedene vollständige Menüs (Vorspeise, Suppe, Hauptgericht, Nachspeise – genau in dieser Reihenfolge und jedes davon nur je einmal) kann sich ein Gast zusammenstellen?
- (b) Um wieviel Prozent steigert sich die Anzahl der Menüs verschiedener Zusammensetzung gegenüber der bisherigen Anzahl, wenn eine weitere Nachspeise zusätzlich ins Angebot aufgenommen wurde?
- (c) Auf wieviel Prozent verringert sich, ausgehend vom Angebot in (a), die Anzahl der Menüs, wenn ein Hauptgericht von der Karte gestrichen werden muß?

360732

Wir wollen eine natürliche Zahl „symmetrisch“ nennen, wenn ihre Zifferndarstellung von rechts gelesen ebenso lautet wie von links. Dabei soll stets auch die 0 als Anfangsziffer mitberücksichtigt werden. So sind z.B. 15251 und 037730 symmetrische Zahlen.

- (a) Ein vierstelliger Tageskilometerzähler in einem Pkw zeigt 0163. Welches war die letzte vorausgehende symmetrische Zahl, die der Zähler zeigte?  
Welches wird die nächste sein?  
(Eine Begründung für diese beiden Angaben wird nicht verlangt.)
- (b) Wie viele vierstellige symmetrische Zahlen gibt es insgesamt?
- (c) Wie groß ist der Anteil der symmetrischen fünfstelligen Zahlen an der Gesamtheit aller fünfstelligen Zahlen?
- (d) Gib in einer Tabelle die entsprechenden Anteile bei zwei-, drei-, ..., usw. bis siebenstelligen Zahlen an! Welche Gesetzmäßigkeit vermutest du? Wie groß sind nach dieser Gesetzmäßigkeit die entsprechenden Anteile bei 32-, 33- und 34-stelligen Zahlen?

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

360733

Über ein Dreieck  $ABC$  und eine Gerade  $g$  werden folgende Voraussetzungen gemacht:

- (1) Es gilt  $|AC| = |BC|$ .
- (2) Der Winkel  $BAC$  beträgt  $45^\circ$ .
- (3) Die Gerade  $g$  schneidet die Seite  $\overline{AC}$  in einem Punkt  $E$  zwischen  $A$  und  $C$ , sie schneidet die Seite  $\overline{BC}$  in einem Punkt  $F$  zwischen  $B$  und  $C$ , und sie schneidet die Verlängerung der Seite  $\overline{BA}$  über  $A$  hinaus in einem Punkt  $D$ .

(a) Ferner wird vorausgesetzt:

- (4) Der Winkel  $EDA$  beträgt  $42^\circ$ .

Ermittle aus den Voraussetzungen (1) bis (4) die Größen der Winkel  $CEF$  und  $EFC$ !

(b) Nun wird die Voraussetzung (4) weggelassen. Stattdessen soll für den Winkel  $EDA$  eine andere Größe vorausgesetzt werden.

Ermittle alle Möglichkeiten, diese Größe so zu wählen, daß sich – zusammen mit den Voraussetzungen (1) bis (3) – eine Figur ergibt, in der das Dreieck  $EFC$  gleichschenkelig ist!