

36. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklassen 8
Aufgaben – 1. Tag



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

360841

Für eine Familie mit Vater, Mutter und zwei Kindern ist über die ganzzahligen Altersangaben bekannt:

- (1) Die Summe aller vier Altersangaben beträgt 124.
- (2) Die Summe der Altersangaben von Vater und Mutter ist das Dreifache der Summe der Altersangaben der beiden Kinder.
- (3) Die Altersangabe der Mutter ist größer als das Doppelte der Altersangabe des älteren Kindes.
- (4) Die Differenz, die sich ergibt, wenn man die Altersangabe der Mutter von der des Vaters subtrahiert, ist neunmal so groß wie die Differenz, die sich ergibt, wenn man die Altersangabe des jüngeren Kindes von der des älteren subtrahiert.

Weise nach, daß die vier Altersangaben durch die Bedingungen (1) bis (4) eindeutig bestimmt sind! Wie lauten sie?

360842

Jack, Jim und Jonny entdecken in der Prärie einen Goldschatz. Sie wollen die Beute so verteilen: Jack, der Boß, bekommt mehr als Jim; das Greenhorn Jonny bekommt weniger als Jim. Da nun die drei Männer durchaus keine tollen Bruchrechner sind, beschließen sie, ihren Schatz nur in Brüche mit dem Zähler 1 zu teilen.

- (a) Gib eine Aufteilung des Schatzes unter diesen Bedingungen an! Zeige, daß dies die einzige Möglichkeit ist, den Schatz wie gewünscht zu teilen!
- (b) Wie hätte die Aufteilung erfolgen müssen, wenn der an Schnupfen erkrankte Jonas als vierter Mann bei der Entdeckung des Goldschatzes beteiligt gewesen wäre und weniger als Jim, aber mehr als Jonny zu bekommen hätte? Auch hier soll jeder Anteil ein Bruch mit dem Zähler 1 sein. Ermittle alle Möglichkeiten einer solchen Aufteilung!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

360843

In einem Dreieck ABC schneide die Halbierende des Winkels ABC die Seite \overline{AC} in D , ferner schneide die Halbierende des Winkels ACB die Seite \overline{AB} in E . Der Schnittpunkt dieser beiden Winkelhalbierenden sei S . Weiter werde vorausgesetzt: Der Winkel DCS sei ebenso groß wie $\sphericalangle CDS$, und der Winkel AES sei ebenso groß wie $\sphericalangle ASE$.

Untersuche, ob durch diese Voraussetzungen die Größen der drei Innenwinkel des Dreiecks ABC eindeutig bestimmt sind! Ist dies der Fall, so gib diese Größen an!