Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e. V.

37. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klassen 11 bis 13
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

371311

Im ersten Quadrant eines Koordinatensystems wird ein Streckenzug so angelegt, wie in der Skizze Abb. A371311 angedeutet. In entsprechender Fortsetzung werden alle Punkte mit natürlichen Zahlen als Koordinaten erreicht und in der angezeigten Reihenfolge numeriert.

(a) Welche Nummer erhält der Punkt mit den Koordinaten (37 ; 1997) ?

(b) Welche Koordinaten hat der Punkt mit der Nummer 1997 ?

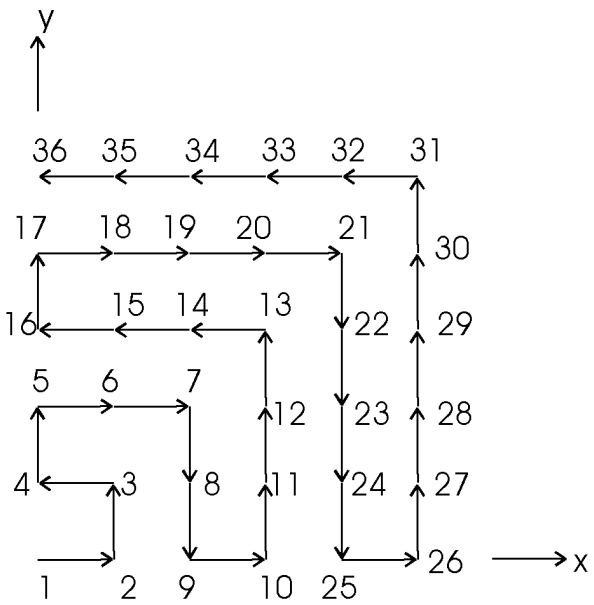

Abb. A371311

371312
Es seien A, B, C, D vier Punkte des dreidimensionalen Raumes, die nicht in einer gemeinsamen Ebene liegen. Der Mittelpunkt der Strecke AB sei M, der Mittelpunkt der Strecke CD sei N . Man beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets

$$\frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) > \overline{MN}$$

gilt.

371313 Zwei Spieler A und B spielen folgendes Spiel: Von einem Häufchen mit genau 1997 Streichhölzern müssen die Spieler abwechselnd Hölzer nehmen, wobei A beginnt. Wer am Zug ist, muß entweder ein Holz oder drei Hölzer oder acht Hölzer nehmen. Sieger ist derjenige, der den letzten Zug ausführt. Man untersuche, ob es für einen der beiden Spieler möglich ist, den Sieg zu erzwingen, und beschreibe, wenn dies zutrifft, auf welche Weise es geschehen kann.

371314 Gibt es eine im Dezimalsystem neunstellige natürliche Zahl, deren Ziffern-darstellung jede der Ziffern $1, 2, \ldots, 9$ genau einmal enthält und die durch jede der ungeraden Zahlen $3, 5, \ldots, 15$ sowie durch 19^2 teilbar ist?