

37. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klassen 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

370621

Die Abbildung A370621 zeigt ein Rechteck, das aus 3×8 quadratförmigen Feldern zusammengesetzt ist. Darin kann man "Einer-Quadrate" (bestehend aus je einem der Felder), "Zweier-Quadrate" (bestehend aus je 2×2 Feldern) und "Dreier-Quadrate" (bestehend aus je 3×3 Feldern) finden.

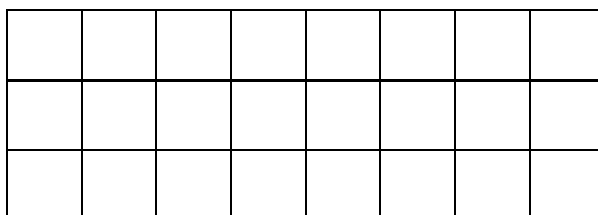


Abb. A370621

- (a) Wie viele Quadrate von jeder dieser drei Sorten sind insgesamt in dem Rechteck?
- (b) Beantworte die entsprechenden Fragen für ein Rechteck aus 2×7 Feldern, für ein Rechteck aus 4×9 Feldern und für ein Rechteck aus 5×10 Feldern! Trage die Ergebnisse in die folgende Tabelle ein! Erkläre, wie man die gesuchten Anzahlen finden kann!

	im Rechteck der Größe			
	2×7	3×8	4×9	5×10
Anzahl der Einer-Quadrate				
Anzahl der Zweier-Quadrate				
Anzahl der Dreier-Quadrate				
Anzahl der Vierer-Quadrate				
Anzahl der Fünfer-Quadrate				

- (c) Wie kann man die Gesamtzahl der Quadrate in einem Rechteck aus $x \times n$ Feldern berechnen, wenn die Anzahlen m und n mit beliebig gegeben sind?

370622

Vier Männer heißen Krause, Lehmann, Müller und Neumann. Ihre Vornamen sind Anton, Bernhard, Christian und Dieter (nicht unbedingt in dieser Reihenfolge, aber doch so, daß jeder Vorname genau bei einem dieser Männer vorkommt und daß keiner der Männer mehr als einen Vornamen hat). Sie wohnen in Stuttgart, Tübingen, Ulm und Vaihingen (ebenfalls nicht unbedingt in dieser Reihenfolge und wieder so, daß jede Stadt für genau einen der Männer Wohnort ist und daß keiner der Männer mehr als einen Wohnort hat). Ferner ist bekannt:

- (1) Herr Krause erzählt Bernhard, daß er noch nie in Ulm war.
- (2) Herr Neumann wohnt in Stuttgart.
- (3) Herr Müller ist älter als Bernhard.
- (4) Christian lädt die anderen ein, ihn einmal bei sich zu Hause, in Stuttgart, zu besuchen.
- (5) Bernhard begegnet Herrn Krause in Tübingen. Beide wollen dort Anton in seiner Wohnung besuchen.

Wie heißen die Männer mit Vornamen, und wo wohnen sie?

370623

Die vier Kerzen auf einem Adventskranz werden üblicherweise so angezündet: Am ersten Advent brennt eine Kerze, am zweiten zwei, am dritten drei, und am vierten Advent brennen alle vier Kerzen.

- (a) Auf einem Adventskranz sind vier Kerzen, von denen jede für genau drei Stunden ausreicht. Sie sollen zu so verteilten Zeiten angezündet werden, daß an jedem Adventssonntag die Kerzen eine ebenso lange Zeit brennen wie an jedem anderen Adventssonntag, und zwar soll diese Zeit eine ganze Zahl von Stunden sein. Finde alle verschiedenen Möglichkeiten hierfür! Dabei gelten zwei Möglichkeiten genau dann als nicht voneinander verschieden, wenn nach dem vierten Advent bei der einen Möglichkeit ebenso viele Kerzen völlig heruntergebrannt sind wie bei der anderen Möglichkeit.
- (b) Gibt es auch eine Möglichkeit, die folgenden Wünsche zu erfüllen? Es soll erreicht werden, daß an jedem Adventssonntag die Kerzen eine ebenso lange Zeit brennen wie an jedem anderen Adventssonntag. Diese Zeit braucht nicht eine ganze Zahl von Stunden zu sein. Nach dem vierten Advent sollen alle vier Kerzen völlig heruntergebrannt sein.
(Hinweis: Es soll erlaubt sein, an einem Sonntag nach einer gewissen Zeit Kerzen zu löschen und anschließend ebenso viele andere anzuzünden.)

370624

Ein Viehhändler erzählt: "Gestern habe ich Schafe und Hühner verkauft. Sie hatten zusammen 100 Füße und mehr als 50 Augen. Es waren mehr als viermal so viele Schafe wie Hühner."

Ist durch diese Angaben eindeutig bestimmt, wie viele Schafe und wie viele Hühner

es waren? Wenn diese Zahlen nicht eindeutig bestimmt sind, welches sind dann alle Möglichkeiten für diese Zahlen?