



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

37. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

371021

Ermitteln Sie alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen, deren Quadrat gleich der dritten Potenz ihrer Quersumme ist!

371022

Der Boden einer Meeresbucht ist zu 10

Korallenriff bedeckt. Wissenschaftler haben festgestellt, daß die von dem Korallenriff bedeckte Fläche jeweils am Ende eines Jahres um 3 als am Anfang des betreffenden Jahres. Nach wieviel Jahren wird das Korallenriff erstmals eine Fläche bedecken, die mindestens so groß wie die Hälfte des Bodens der Meeresbucht ist?

371023

Zur Gestaltung einer Schulfest will die Klasse 10a ein Glücksspiel veranstalten. Statt des langweiligen Kaufens eines Loses sollen die Teilnehmer (nach Entrichten einer Gebühr) aus einem Skatenspiel (4 „Farben“ zu je 8 „Bildern“ 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As) fünf Karten ziehen. Jeder kann vor dem Ziehen entscheiden, was als „gewonnen“ gilt: Entweder: Alle fünf gezogenen Karten sind von einheitlicher „Farbe“. Oder: Unter den fünf gezogenen Karten sind vier einheitliche „Bilder“. Hat man bei einer dieser beiden Wahlmöglichkeiten die größeren Gewinnchancen, und wenn ja, bei welcher?

371024

Im Innern eines beliebigen Dreiecks ABC sei ein Punkt D so gelegen, daß $\overline{AD} < \overline{AC}$ und $\overline{BD} < \overline{BC}$ gilt. Ferner sei eine Streckenlänge l so gewählt, daß

$$l \leq \overline{AC} - \overline{AD} \text{ und } l \leq \overline{BC} - \overline{BD}$$

und gilt. Schließlich sei E ein beliebiger Punkt der Strecke AB . Man beweise, daß aus diesen Voraussetzungen stets folgt.