



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klassen 11 - 13
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

381311

Man bestimme alle reellen Lösungen der Gleichung

$$8^x + 2 = 4^x + 2^{x+1}.$$

381312

Im Viertelfinale eines Fußballpokals spielen 8 Mannschaften A, B, C, D, E, F, G, H zu je zwei gegeneinander. Bei der Auslosung dieser vier Spiele soll ausschließlich von Bedeutung sein, welche Mannschaften gegeneinander spielen, so daß z.B. A-B, C-D, E-F, G-H und E-F, B-A, H-G, D-C als gleiche Auslosungen gelten sollen.

- Wie viele verschiedene Auslosungen gibt es unter diesen Bedingungen?
- Im Viertelfinale des Fußball-UEFA-Cups waren schon mindestens zweimal genau drei der acht europäischen Mannschaften aus Deutschland. Wie groß ist in einem solchen Fall die Wahrscheinlichkeit, daß zwei deutsche Mannschaften aufeinandertreffen?

381313

Sei ABCD ein regelmäßiges Tetraeder. Eine Ebene durch A schneide die Kanten BD und CD in E bzw. F. Dabei gelte $\overline{BE} = \overline{CF}$. Die Schnittebene sei gegenüber der Grundfläche ABC des Tetraeders um 30° geneigt.

Man entscheide, ob der Winkel $\angle EAF$ der Schnittfigur größer, gleich oder kleiner als 30° ist.

381314

Die Zahl 100 soll in 2, 3 oder mehr positive reelle Faktoren von denen keiner kleiner als 2 ist zerlegt werden. Man bestimme alle diejenigen Zerlegungen, für welche die Summe s dieser Faktoren den größtmöglichen Wert annimmt!