Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

380621

In einer Bank gibt es die drei Schalter 1, 2 und 3. Noch ist keiner geöffnet.

(a) Frau Albers, Herr Braun, Herr Conrad und Frau Dreesen kommen kurz nacheinander in die Bank. Jeder stellt sich an einem derjenigen Schalter an, an dem die wenigsten Personen vor ihm warten.
Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es hierbei für die Anordnung der Personen an den Schaltern ?

(b) Wieviel Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn auch noch Herr Ehlers vor Schalteröffnung kommt und sich entsprechend anstellt ?

(c) Wieviel Möglichkeiten gibt es, wenn sich acht Personen an den drei Schaltern anstellen ?

Begründe jeweils deine Lösung !

380622

Man beobachtet, wie ein Hund einem Hasen nachjagt. Der Hase macht Sprünge von 7 Fuß Länge, der Hund macht Sätze von 5 Fuß Länge. In der Zeit, in der der Hase dreimal springt, macht der Hund fünf Sätze. Als der Hase eine Strecke von 630 Fuß zurückgelegt hat, holt ihn der Hund ein.

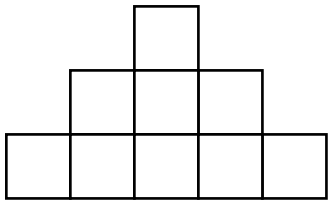
(a) Wie viele Sätze hat der Hund vom Anfang der Jagd bis zu dem Zeitpunkt gemacht, als er der Hasen eingeholt hatte ?

(b) Wie groß war am Anfang der (in Fuß gemessene) Vorsprung des Hasen ?

380623

Michael und Amelie legen Muster aus Quadraten gleicher Größe.

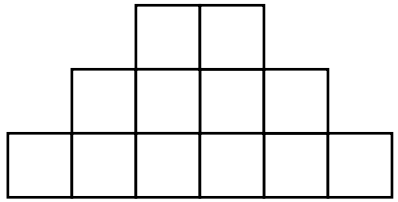
(a) Michaels Muster beginnt mit *einem* Quadrat, und er baut dieses Muster mit drei Schichten. Jede Schicht hat rechts und links ein Quadrat mehr als die vorige Schicht.



Wieviele Quadrate braucht er jeweils, wenn er 5 Schichten, 6 Schichten und dann 7 Schichten legen will ?

(b) Gesucht ist nun eine Formel, mit der man aus der Anzahl m der Schichten die Anzahl q der benötigten Quadrate berechnen kann. Gib eine Vermutung an, wie eine solche Formel lauten könnte !
Überprüfe, ob die Formel bei deinen Ergebnissen aus a) mit den Werten $m = 5, 6, 7$ die richtigen Werte q ergibt.
Entwickle eine Begründung dafür, daß die von dir vermutete Formel für jedes m den richtigen Wert q ergeben muß !

(c) Amelie beginnt mit *zwei* Quadraten und baut ein ähnliches Muster:



Wieviele Quadrate braucht sie jeweils für 5, 6 und 7 Schichten ?

(d) Gib auch hier eine Formel an, mit der man aus der Anzahl a der Schichten die Anzahl p der in Amelies Muster benötigten Quadrate berechnen kann !
Eine Begründung wird nicht verlangt.

380624

Eine Kerzenfabrik stellt Kerzen in Gießformen her; von den Formen hat sie viele nebeneinander, die immer gleichzeitig gefüllt werden. Dann müssen die Kerzen abkühlen, und schließlich können sie den Formen entnommen werden.
Bei der Herstellung bleibt nun in jeder Form ein Wachsrest zurück, den man für einen neuen Gußvorgang weiterverwenden kann: Mit jeweils sechs Resten kann man wieder eine Gießform füllen (und damit eine Kerze nebst Rest erhalten).
Die Produktion beginnt mit einer Wachsmenge von 1001 Resten.

(a) Wieviele Kerzen kann man aus diesen 1001 Resten herstellen ? Bleibt am Ende Wachs übrig, und wenn ja, wieviel ?

(b) Das Verfahren ist verändert worden, nun entsteht eine neue Kerze aus sechs Resten, wobei jedesmal zusätzlich in der Gießform ein Rest bleibt. Wieviele Kerzen kann man nun aus den anfänglichen 1001 Resten herstellen ? Bleibt am Ende Wachs übrig, und wenn ja, wieviel ?