



38. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

380721

Auf einem Fischkutter befinden sich außer dem Kapitän noch der Steuermann, der Maschinist, der 1. Matrose und der 2. Matrose. Über das Alter dieser Personen ist folgendes bekannt:

- (1) Der Maschinist ist 2 Jahre jünger als der Steuermann.
- (2) Der Maschinist ist 2 Jahre älter als der 1. Matrose.
- (3) Der 1. Matrose ist 10 Jahre älter als der 2. Matrose.
- (4) Das Durchschnittsalter der bisher genannten vier Besatzungsmitglieder beträgt genau 33 Jahre.
- (5) Das Durchschnittsalter aller fünf Besatzungsmitglieder beträgt genau 35 Jahre.

a) Zeige, daß durch diese Angaben das Alter dieser 5 Personen eindeutig bestimmt ist !
 Ermittle, wie alt jede dieser Personen ist !

b) Weise nach, daß es zwei dieser Aussagen gibt, durch die das Alter des Kapitäns bereits eindeutig bestimmt ist !

380722

Ein Würfel W von 3 cm Kantenlänge sei durch Schnitte parallel zu den Seitenflächen in 27 Würfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.

- (a) Berechne den Oberflächeninhalt des Würfels W !
- (b) Wie ändert sich der Oberflächeninhalt, wenn man irgendeinen der 27 Würfel von 1 cm Kantenlänge entfernt ?

(Erklärung: Zur „Oberfläche“ eines Körpers gehört jede Teilfläche, die zum Körper gehörende Raumteile von solchen Raumteilen trennt, die nicht zum Körper gehören. Es kommt also nicht darauf an, ob eine solche Teilfläche von außen sichtbar ist oder nicht.)

380723

Ein Quadrat $ABCD$ habe die Seitenlänge $AB = 10$ cm. Von einem zweiten Quadrat, dessen Eckpunkte (in dieser Reihenfolge) mit E, F, G und H bezeichnet sind, ist bekannt:

E ist der Schnittpunkt der Diagonalen des Quadrates $ABCD$, G ist der Mittelpunkt der Strecke AB .

- (a) Beschreibe die Lage der Punkte F und H !

- (b) Welchen Flächeninhalt hat das Quadrat $EFGH$?
 Begründe jeweils deine Angaben !

380724

- (a) Ein quadratisches 5×5 -Feld aus 25 Einheitsquadraten (siehe Abbildung A 380724) soll so zerlegt werden, daß jedes Teilstück zu einer der (aus jeweils fünf Einheitsquadraten bestehenden) fünf Figuren in den Abbildungen A 380724a bis A 380724e kongruent ist und daß dabei auch jede dieser Figuren genau einmal vorkommt.
 Gib eine derartige Zerlegung an !

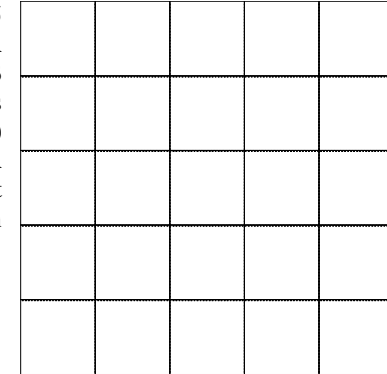
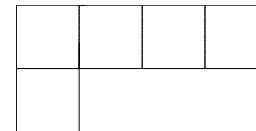


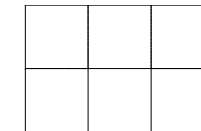
Abb. A 380724



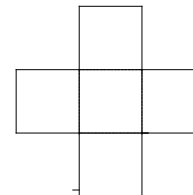
A 380724 a



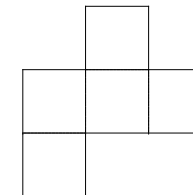
A 380724 b



A 380724 c



A 380724 d



A 380724 e

- (b) Nun wollen wir das 5×5 -Feld so zerlegen, daß wiederum jedes Teilstück zu einer der angegebenen fünf Figuren kongruent ist, wobei jedoch nicht jede dieser Figuren genau einmal vorkommen muß.

Gib fünf verschiedene derartige Zerlegungen an !

(Zwei Zerlegungen gelten als nicht verschieden voneinander, wenn es eine Spiegelung oder Drehung gibt, bei der die eine Zerlegung das Bild der anderen ist.)

- (c) Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen $n > 0$, für die sich ein $n \times n$ -Feld so in Teilstücke zerlegen läßt, daß jedes dieser Teilstücke zu einer der fünf angegebenen Figuren kongruent ist und daß dabei jede dieser Figuren mindestens einmal vorkommt.