



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Reginalrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

381021

Welche der beiden nachstehenden Gleichungen (1), (2) hat mehr Lösungen (x, y) in natürlichen Zahlen x, y als die andere Gleichung ?

$$x \cdot y = 1998 \quad (1)$$

$$x \cdot y = 1999 \quad (2)$$

381022

A und B spielen nach folgenden Regeln ein Glücksspiel: Benutzt wird ein Satz Karten, der aus zwei Skatspielen besteht. (Ein Skatspiel enthält 4 Farben zu je 8 verschiedenen Bildern, in dem vorgegebenen Satz Karten kommt also jede durch Farbe und Bild bestimmte Karte doppelt vor). Spieler A wählt als Festlegung darüber, wann er gewonnen hat, eines der beiden folgenden Ziele und zieht dann 5 Karten.

Ziel 1 ist wie folgt bestimmt: Alle 5 gezogenen Karten gehören zu derselben Farbe.

Ziel 2 ist wie folgt bestimmt: Mindestens 4 der gezogenen Karten zeigen das gleiche Bild.

(a) Bei welchem Ziel hat A die größeren Gewinnchancen ?

(b) Ist bei einem der Ziele die Gewinnchance sogar doppelt so groß wie bei dem anderen ?

381023

Gegeben seien in einer Ebene zwei im gleichen Umlaufsinn benannte Rechtecke $ABCD$ und $A'B'C'D'$. Für die Längen der Rechteckseiten wird dabei $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ und $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ vorausgesetzt.

Beweisen Sie, daß unter diesen Voraussetzungen stets die Mittelsenkrechten von AA' , BB' , CC' und DD' entweder genau einen Punkt gemeinsam haben oder sämtlich zueinander parallel verlaufen !

381024

Beweisen Sie: Zu jeder rationalen Zahl a existiert ein Paar (x, y) von rationalen Zahlen, so daß

$$x^2 = y^2 + a \text{ gilt.} \quad (1)$$