



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

39. Mathematik-Olympiade
1 Stufe (Schulrunde)
Klasse 11 - 13
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

391311

Es sind alle Paare reeller Zahlen $(x; y)$ mit $x, y \neq 0$ zu ermitteln, die die folgenden Gleichungen (1) und (2) erfüllen:

$$x + \frac{x}{y} = \frac{8}{3} \quad (1)$$

$$y - \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \quad (2)$$

391312

Als Attraktion liefert eine Firma kreisförmige Nagelbretter mit einem Radius von 1 m an Fakire aus. Die Nägel auf diesem Nagelbrett sind innerhalb der Kreisfläche, beginnend im Mittelpunkt, in einem Quadratgitter angeordnet, wobei der Abstand zwischen zwei benachbarten Gitterlinien 1 cm beträgt.

Beweisen Sie, dass sich auf dem Nagelbrett höchstens 32150, aber mindestens 30750 Nägel befinden!

391313

Alex und Bianca reißen abwechselnd Blütenblätter einer Margerite aus. Sie vereinbaren, dass Alex beginnt und jeder ein Blatt oder zwei unmittelbar benachbarte Blätter entfernen soll. Gewonnen hat, wer das letzte Blatt ausreißt.

- (a) Wie kann Bianca gewinnen, wenn die Blume anfangs 7 Blätter hat?
(b) Untersuchen Sie, ob Bianca immer gewinnen kann, wenn die Blume am Anfang mindestens 3 Blätter hat.

Bemerkung:

Die Blätter der Margerite seien so angeordnet, dass jedes Blatt anfangs genau zwei Nachbarn hat.

391314

Ein Buch mit der Breite 20 und der Höhe 30 liegt auf einem ebenen Tisch. Der vordere Buchdeckel sei dabei in einem Winkel von 60° geöffnet.

Sonnenstrahlen fallen jetzt so ein, dass sie senkrecht auf der unteren Buchkante stehen und mit dem Buchrücken einen Winkel ψ einschließen.

Berechnen Sie

(a) für $\psi = 15^\circ$,

(b) für $\psi = 75^\circ$,

welchen Inhalt die Fläche der ersten Buchseite hat, die nicht vom Schatten des Buchdeckels getroffen wird.

