



39. Mathematik-Olympiade
2 Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

390621

Julia hat Würfel gleicher Größe und will daraus Quader bauen. Für jeden Quader sollen alle vorhandenen Würfel verwendet werden. Jeder Quader soll vollständig mit Würfeln ausgefüllt sein, er darf also im Inneren keinen Hohlraum enthalten.

- Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus sechs dieser Würfel bauen ?
- Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus 12 Würfeln aufbauen ?
- Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus 36 Würfeln aufbauen ?

Für je zwei Quader soll dabei „verschieden aussehen“ bedeuten: Die Quader unterschieden sich in mindestens einer Kantenlänge.

390622

- Zwei Wohnhäuser (1 und 2) sollen mit dem Wasserwerk (W) und dem Kraftwerk (K) versorgt werden; jedes Haus soll dabei direkt mit jedem Werk verbunden werden. Die Leitungen sollen so verlegt werden, daß sich niemals zwei Leitungen kreuzen. Gib eine mögliche Verlegung an.
- Nun sollen die beiden Wohnhäuser noch jeweils direkt mit dem Gaswerk (G) verbunden werden. Wie können die Leitungen jetzt geführt werden, wenn sie sich weiterhin nicht kreuzen sollen ?
- Gib eine entsprechende Leitungsverlegung für drei Wohnhäuser und Wasserwerk und Kraftwerk an.
- Drei Wohnhäuser sollen jetzt mit allen drei Werken je direkt verbunden werden. Ist das Problem immer noch kreuzungsfrei zu lösen ? Begründe !

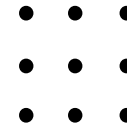
Hinweis :

Wenn eine Kurve zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehrt, so heißt sie geschlossen. Eine geschlossene Kurve, die sich nicht selbst überkreuzt, zerlegt die Ebene in zwei Gebiete.

Für die in d) geforderte Begründung kann der folgende Satz verwendet werden, den im letzten Jahrhundert der französische Mathematiker *Jordan* bewiesen hat: Liegen zwei Punkte nicht in demselben der zwei Gebiete, muss jede Verbindungskurve der beiden Punkte die geschlossene Kurve kreuzen.

390623

Neun Nägel sind in der folgenden Anordnung auf ein Brett genagelt worden :



Nun wird ein Gummiband so über die Nägel gespannt, dass es ein Dreieck bildet.

- Wie viele verschiedene Dreiecke kann man so auf diesem Nagelbrett erhalten ? (Hinweis- Für je zwei Dreiecke soll „verschieden“ heißen: Sie unterscheiden sich in der Form oder in der Größe oder in beidem.)
- Nimm das größte rechtwinklige Dreieck. Wie oft kommt es auf dem Nagelbrett vor ?
- Nimm das kleinste rechtwinklige Dreieck. Wie oft kommt es auf dem Nagelbrett vor ?

390624

Nach einer Aufgabe des indischen Mathematikers MAHAVIRA (9. Jahrhundert):

"Granatäpfel werden zu 3 Stück für zwei Münzen, Mangofrüchte zu 5 Stück für drei Münzen und *Wildäpfel* zu 7 Stück für fünf Münzen verkauft. Wie kann man mit 108 Münzen so viele Früchte kaufen, dass man fünfmal so viele Mangofrüchte und sechsmal so viele Granatäpfel wie *Wildäpfel* hat ?"