



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

**39. Mathematik-Olympiade**  
**4. Stufe (Bundesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben**  
**1. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

390841

Ein reicher venezianischer Kaufmann brachte von einer seiner Reisen in den fernen Osten unter anderem auch ein Säckchen mit Perlen nach Hause. Er schenkte es seinen Töchtern und bestimmte, dass die Perlen auf folgende Art verteilt werden: Seine älteste Tochter sollte 3 Perlen und von den jetzt noch verbleibenden Perlen  $\frac{1}{6}$  erhalten; die zweitälteste Tochter sollte 6 Perlen und von den jetzt noch vorhandenen ebenfalls  $\frac{1}{6}$  bekommen; die drittälteste Tochter 9 Perlen und von den nun noch vorhandenen restlichen Perlen  $\frac{1}{6}$ ... usw. bis hinab zur jüngsten Tochter. Als alle Perlen aufgeteilt waren, bemerkten die Töchter mit Verwunderung, dass alle dieselbe Anzahl von Perlen erhalten hatten.

- (a) Wie viele Perlen erhielt jede Tochter ?
- (b) Wie viele Perlen waren in dem Säckchen ?
- (c) Wie viele Töchter hatte der Kaufmann aus Venedig ?

Weise nach, dass die von dir ermittelten Anzahlen die Bedingungen der Aufgabenstellung erfüllen !

390842

Ermittle alle Paare  $(x; y)$  natürlicher Zahlen  $x$  und  $y$  mit folgenden Eigenschaften:

- (1)  $x$  ist zweistellig.
- (2)  $y$  ist vierstellig.
- (3) Setzt man  $x$  vor  $y$ , dann ist die dadurch erhaltene sechsstellige Zahl dreimal so groß wie die Zahl, die man erhält, wenn man  $x$  hinter  $y$  schreibt.

390843

Eine Fabrik fertigt Geräte vom Typ  $G_1$  und  $G_2$ . Jedes Gerät besteht aus drei Teilen, die von den drei Maschinen  $M_1, M_2, M_3$  angefertigt werden können. Dabei brauchen diese Maschinen unterschiedliche Zeiten. Für das Teil in  $G_1$  braucht  $M_3$  die längste Zeit, dagegen für das Teil in  $G_2$  braucht  $M_1$  die längste Zeit. Die einzelnen Zeiten, gemessen in Minuten, sind in der folgenden Tabelle angegeben.

	$G_1$	$G_2$
$M_1$	1	4
$M_2$	2	2
$M_3$	5	1

Keine der drei Maschinen  $M_1, M_2, M_3$  soll länger als 1900 Minuten laufen. Beim Verkauf ergibt jedes Gerät vom Typ  $G_1$  einen Gewinn von 10 DM, jedes Gerät vom Typ  $G_2$  einen Gewinn von 8 DM.

- (a) Wie viele Geräte von jedem Typ müssen hergestellt werden, damit der Gesamtgewinn möglichst groß ist ?
- (b) Zu welchem Ergebnis kommt man, wenn die Maschine  $M_2$  für beide Geräte nicht jeweils 2, sondern jeweils 3 Minuten braucht ?