



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

39. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 11 - 13
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

391341

Man ermittle für jede reelle Zahl a die Anzahl der reellen Lösungspaare $(x; y)$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} |x| + |y| &= 1 \\ x^2 + y^2 &= a. \end{aligned}$$

391342

Zu jeder natürlichen Zahl n mit $n \geq 2$ bestimme man alle diejenigen reellen Zahlen x , für die das Polynom

$$f(x) = (x - 1)^4 + (x - 2)^4 + (x - 3)^4 + \dots + (x - n)^4$$

seinen kleinsten Wert annimmt.

391343

Über ein Dreieck $\triangle ABC$ werde vorausgesetzt, dass in seinem Innern ein Punkt O liegt, für den alle drei Winkel $\angle BAO, \angle CBO, \angle ACO$ die Größe 30° haben. Man zeige, dass das Dreieck $\triangle ABC$ gleichseitig ist.