



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5 und 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Vorbemerkung:

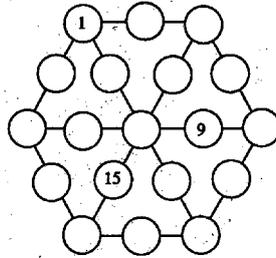
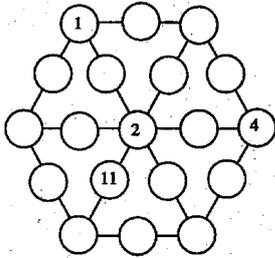
Wenn nach Klassenstufen getrennt werden soll, so stellen die ersten vier Aufgaben den Satz für die 5. Klassenstufe, die letzten vier Aufgaben den Satz für die 6. Klassenstufe dar.

400511

Trage in die Kreise die Zahlen von 1 bis 19 ein. Dabei sollen die zwölf Summen der drei Zahlen in den Kreisen auf allen Sechseckseiten und auf allen Verbindungen von den Eckpunkten zum Mittelpunkt einen einheitlichen Wert haben.

a) Dieser Wert soll 22 betragen.

b) Dieser Wert soll 23 betragen.



400512

Eine Aufgabe aus dem Rechenbuch von Adam Ries:

Item / Ein Hoffmeister verdinget einem Wirte 12 Pferde ein Jahr / mit solchem geding / er soll jedem die Wochen geben 2 scheffel Habern / 40 gebund Hew / und 10 gebund Stro / deß Habern gibt man ein Scheffel für 2 groschen / 20 bund Hew für 3 groschen / und 30 bund Stro für 6 groschen. Wie viel sind die Pferde schuldig?

In heutiger Sprache lautet diese Aufgabe etwa so:

Ein Hofmeister verleiht einem Wirt 12 Pferde für ein Jahr mit folgender Bedingung: Er soll jedem Pferd pro Woche 2 Scheffel Hafer, 40 Bund Heu und 10 Bund Stroh geben. Für einen Scheffel Hafer muss man 2 Groschen geben, für 20 Bund Heu 3 Groschen und für 30 Bund Stroh 6 Groschen. Wie viel muss der Wirt für die Verpflegung der zwölf Pferde in der Leihzeit aufwenden?

400513 (bzw. 400611)

In den folgenden Kryptogrammen bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

Finde für a), b) und c) jeweils eine Lösung und zeige, dass sie die einzige ist.

Gib zu d) vier Lösungen an.

a) $AB \cdot AB = CAB$

b) $AA \cdot ABA = AAAA$

c) $AB - BA = A$

d)
$$\begin{array}{r} \text{VIER} \\ +\text{EINS} \\ \hline \text{FUENF} \end{array}$$

400514 (bzw. 400612)

Ein Händler auf einem fernöstlichen Basar hat einen Beutel mit 9 kg Nüssen.

Jede Nuss wiegt zwei Gramm.

Ein Kunde möchte 2 kg Nüsse kaufen. Natürlich könnte der Händler die Nüsse auszählen; das ist ihm aber zu mühsam. Also will er die Nussmenge auswiegen. Dazu verwendet er eine Balkenwaage. Allerdings hat er an Gewichtsstücken nur noch ein 200g-Stück und ein 50g-Stück.



a) Zeige, wie er diese gewünschte Menge mit vier Wägungen abwiegen kann!

b) Zeige, wie er diese gewünschte Menge sogar mit nur drei Wägungen abwiegen kann!

400613

- a) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter a und b gekennzeichneten Leerstellen in $19a9b$ ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 36 teilbar ist?
- b) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter c , d und e gekennzeichneten Leerstellen in $c9d9e$ ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 45 teilbar ist?
- c) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter f und g gekennzeichneten Leerstellen in $fgfgf$ ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 12 teilbar ist?

Gib jeweils alle Möglichkeiten an!

Übrigens: Platzhalter, die mit verschiedenen Buchstaben benannt sind, müssen nicht unbedingt verschiedene Ziffern bedeuten.

400614

Wir spielen mit natürlichen Zahlen:

- Wir nehmen eine natürliche Zahl kleiner als 100 und quadrieren sie.
- Dann nehmen wir die beiden letzten Ziffern der so entstandenen Zahl - und quadrieren wieder.
- Dann nehmen wir die letzten beiden Ziffern der so entstandenen Zahl - und quadrieren wieder ...

Ein Beispiel:

$$23 \rightarrow (5)29 \rightarrow (8)41 \rightarrow (16)81 \rightarrow (65)61 \rightarrow (37)21 \rightarrow (4)41$$

Die Zahlen 41, 81, 61 und 21 werden sich - in dieser Reihenfolge - immer wiederholen, sie bilden einen *Zyklus*. Da dieser Zyklus vier Zahlen enthält, sprechen wir von einem *Zyklus der Länge 4*.

Wir fassen dabei einstellige Zahlen als zweistellige mit 0 als erster Ziffer auf.

Auch wenn wir mit der 03 beginnen, laufen wir im oben angegebenen Zyklus:

$$03 \rightarrow 09 \rightarrow 81 \dots$$

- a) Was erhältst du, wenn du der Reihe nach mit den Zahlen 01, 02, 03, \dots , 11, 12 beginnst?
- b) Was kannst du entdecken? Schreibe deine Vermutungen auf und versuche, sie zu beweisen!