



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

**40. Mathematik-Olympiade**  
**1. Stufe (Schulrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400811

Marion und Nicole sammeln farbige Tierfotos. Sie vergleichen die Anzahl der gesammelten Bilder und stellen fest: Zwei Drittel von Marions Fotos sind genauso viel wie drei Viertel von dem, was Nicole gesammelt hat.

Wie viele Fotos hat jedes der beiden Mädchen gesammelt, wenn beide zusammen mehr als 51, aber weniger als 85 Bilder besitzen?

400812

Andreas, Martin und Robert starten gleichzeitig zum 400-m-Lauf. Als Andreas im Ziel war, hatte Martin noch genau 20 m zu laufen. Als Martin als zweiter Läufer das Ziel erreichte, blieben für Robert noch 20 m.

Wie weit war Robert noch vom Ziel entfernt, als Andreas das Ziel erreichte?

(Es sei angenommen, dass jeder der drei Genannten die gesamte Strecke mit konstanter Geschwindigkeit durchlief.)

400813

Es soll ein Dreieck  $ABC$  konstruiert werden, für das die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- (1) Die Seite  $\overline{BC}$  hat die Länge  $a = 4 \text{ cm}$ .
- (2) Der Winkel  $\angle CBA$  hat die Größe  $\beta = 60^\circ$ .
- (3) Die Summe der Längen  $b$  von  $\overline{AC}$  und  $c$  von  $\overline{AB}$  beträgt  $s = b + c = 9 \text{ cm}$ .

- a) Leite aus der Voraussetzung, ein Dreieck  $ABC$  erfülle (1), (2) und (3), eine weitere Bedingung oder weitere Bedingungen für die Punkte  $A, B$  und  $C$  her!
- b) Leite aus (1), (2), (3) und den in a) gefundenen Bedingungen eine Konstruktion eines Dreiecks  $ABC$  her!  
Beschreibe diese Konstruktion!
- c) Beweise: Wenn ein Dreieck  $ABC$  nach der Beschreibung in b) konstruiert wurde, dann sind (1), (2) und (3) erfüllt!

Hinweis: Es ist auch möglich, zuerst eine Konstruktion anzugeben und nachträglich die in a) verlangte Bedingung (bzw. die verlangten Bedingungen) herzuleiten.

400814

- a) Sven hat ein schlechtes Gedächtnis und kennt die Folge der Primzahlen nur bis zur Primzahl 31 auswendig. Er soll die Zahl 813841 in Primfaktoren zerlegen. Dazu steht ihm zwar ein Taschenrechner, aber keine Primzahltafel zur Verfügung.

Wie kann Sven die gestellte Aufgabe lösen?

- b) Sven hat am Lösen solcher Aufgaben Spaß gefunden. Er zerlegt die 813813, die 841841 und weitere sechsstellige Zahlen des Typs  $\overline{abcabc}$  in Primfaktoren. Dabei kommt er zu einer Vermutung über Primzahlen, die Teiler von Zahlen dieses Typs sind. Formuliere eine solche Vermutung!
- c) Versuche, deine Vermutung zu beweisen!
- d) Untersuche entsprechende Primzahl-Aussagen zu anderen speziellen Typen sechsstelliger Zahlen, etwa Zahlen des Typs  $\overline{abccba}$ ,  $\overline{ababab}$ , oder  $\overline{abbabb}$ !

Hinweis: Die Schreibweise  $\overline{abcdef}$  bezeichne hier die Zahl, die mit den Ziffern  $a, b, c, d, e, f$  in dieser Reihenfolge geschrieben wird.