



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400821

Herr Wolf gibt seinen drei Söhnen Andreas, Björn und Christian Taschengeld. Er hat dafür einen bestimmten Betrag zur Verfügung.

Andreas bekommt ein Drittel dieses Betrages und noch 3 DM dazu; Björn erhält ein Drittel des verbleibenden Restes und noch 3 DM dazu; für Christian sind die restlichen 35DM bestimmt.

Wie viel Taschengeld hat der Vater insgesamt seinen drei Söhnen zugedacht? Wie viel Geld erhalten Andreas und Björn?

Überprüfe, dass durch die von dir ermittelten Beträge die im Aufgabentext verlangte Aufteilung des Gesamtbetrages vorliegt!

400822

Ria, Sarah und Tom spielen ein Spiel: Zu Anfang wählen sie drei ganze Zahlen a, b, c mit $a > b > c > 0$. Dann spielen sie mehrere Runden des Spiels; in jeder Runde gilt: Einer der drei wird Erster und bekommt a Punkte, ein anderer wird Zweiter und bekommt b Punkte, der dritte wird Letzter und bekommt c Punkte. Außerdem wird noch als bekannt vorausgesetzt: In der zweiten Runde hatte Sarah a Punkte bekommen; der Endstand lautete: Ria 20 Punkte, Sarah 10 Punkte, Tom 9 Punkte.

- Weise nach, dass genau 3 Runden gespielt wurden!
- Wer gewann die erste Runde?
- Wie viele Punkte erzielte Tom in der letzten Runde?

Überprüfe auch, dass es eine Angabe möglicher Punktzahlen (der Spieler in den einzelnen Runden) gibt, bei der alle oben vorausgesetzten Punktverteilungsaussagen erfüllt werden!

400823

- Über fünf Zahlen a, b, c, d, e werden die folgenden Aussagen (1) bis (8) vorausgesetzt:

- (1) $a > e$, (2) $b < c$, (3) $c > e$, (4) $d < e$,
(5) $a > b$, (6) $b < d$, (7) $c > a$, (8) $a > d$,

Ordne unter diesen Voraussetzungen die Zahlen der Größe nach! Zeige, dass man dieselbe Lösung erhalten kann, wenn man vier geeignete der Voraussetzungen *nicht* heranzieht!

b) Über vier Zahlen m, n, o, p werden die folgenden Aussagen (1) bis (3) vorausgesetzt:

$$(1) \quad p > o, \quad (2) \quad m + n = o + p, \quad (3) \quad m + p < n + o.$$

Ordne unter diesen Voraussetzungen die Zahlen der Größe nach!

400824

Es soll ein Dreieck ABC konstruiert werden, für das die folgenden Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt sind:

(1) Für die Längen a, b, c der Seiten $\overline{BC}, \overline{CA}$, bzw. \overline{AB} gilt $u = a + b + c = 10\text{cm}$.

(2) Für die Größe α des Winkels $\sphericalangle BAC$ gilt $\alpha = 66^\circ$.

(3) Für die Größe β des Winkels $\sphericalangle CBA$ gilt $\beta = 50^\circ$.

a) *Leite aus* diesen Bedingungen weitere Aussagen *her*, die *zu einer Konstruktion von ABC führen* können!

b) *Beschreibe* eine so hergeleitete Konstruktion von ABC !

c) Beweise, dass umgekehrt gilt: *Wenn* ein Dreieck ABC nach deiner Beschreibung konstruiert wird, *dann* sind die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt.

Hinweis: Die Reihenfolge der Teilaufgaben a), b), c) wird nicht vorgeschrieben. Du kannst also z.B. erst eine Konstruktionsbeschreibung geben, wie in b) verlangt, und a) später nachholen (d.h. den Beweis der Aussage: *Wenn* ein Dreieck ABC die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt, *dann* kann es nach der Beschreibung aus b) konstruiert werden).