Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

401021

Wieviel Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von zwei natürlichen Zahlen so zu schreiben, dass der erste Faktor größer als der zweite ist?

401022

Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen e, zu denen eine natürliche Zahl f mit $e > f$ so existiert, so dass es einen ebenflächig begrenzten Körper (ein Polyeder) mit e Ecken und f Flächen gibt.

401023

Beweisen Sie, dass gilt $1999^{1999} < (1999!)^2$

Hinweis: Mit 1999! ist dabei das Produkt aller natürlicher Zahlen von 1 bis 1999 bezeichnet.

401024

AB sei der Durchmesser eines Kreises k und t sei die Tangente in B an k. Ferner sei P sei ein beliebiger von B verschiedener Punkt der Tangente t, die Gerade AP schneide den Kreis k in einem weiteren Punkt C.

Beweisen Sie, dass dann gilt $\left|\overline{PA}\right| \cdot \left|\overline{AC}\right| = \left|\overline{AB}\right|^2$.