



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 6
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400631

Herr Siemssen hat drei Töchter, Frauke, Heinke und Wiebke. Er weiß, dass alle drei liebend gern Erdbeeren essen, und stellt ihnen deshalb eine Schüssel voller schöner Erdbeeren auf den Tisch. Auf einem Zettel schreibt er dazu, dass sich jede Tochter ein Drittel nehmen möge. Als Erste kommt Heinke. Sie liest den Zettel, nimmt sich zunächst eine Erdbeere, da sich die Zahl der Erdbeeren nicht durch 3 teilen lässt, und dann ein Drittel der Erdbeeren.

Als Zweite kommt Frauke. Sie glaubt, sie sei als erste gekommen, nimmt sich zunächst auch zwei Erdbeeren, da sich die Zahl der Erdbeeren wieder nicht durch 3 teilen lässt, und vom verbleibenden Rest wieder ein Drittel.

Wiebke kommt als letzte, aber auch sie glaubt, als erste zu kommen. Deswegen nimmt auch sie zunächst zwei Erdbeeren - denn die Zahl der Erdbeeren lässt sich wieder nicht durch 3 teilen - und vom verbleibenden Rest wieder den dritten Teil.

Herr Siemssen schaut abends in die Schüssel und stellt zu seinem Erstaunen fest, dass immer noch zwanzig Erdbeeren in der Schüssel liegen, obwohl alle Töchter zu Hause sind. Wie viele Erdbeeren waren anfangs in der Schüssel?

Hinweis: Wenn du gezeigt hast, dass *nur* die von dir gefundene Anfangszahl wie im Text beschrieben zur Endzahl 20 führen kann, dann weise durch eine Probe nach, dass sie das wirklich tut! (*Nur* eine Probe zu machen, reicht allerdings nicht, solange nicht klar ist, ob es noch eine zweite Anfangszahl geben könnte, mit der die Probe ebenfalls gelingen würde.)

400632

Adelheid, Burglinde, Christfriede, Dorothea und Edelgard kommen in ein Gartenlokal. Dort gibt es noch zwei freie Tische, einen mit zwei Plätzen an der Hecke und einen mit drei Plätzen mit einer guten Aussicht.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die fünf Damen an diesen beiden Tischen Platz zu nehmen? (Es kommt dabei nicht auf die Sitzordnung an den Tischen, sondern nur auf die möglichen Zweier- und Dreiergruppen an.)
- b) Leider können sich Burglinde und Dorothea nicht leiden und weigern sich daher, zusammen an einem Tisch zu sitzen. Wie viele Möglichkeiten gibt es unter dieser Voraussetzung?

- c) Friederike kommt dazu und hat sich einen Stuhl mitgebracht. Die fünf Damen stehen auf, begrüßen Friederike und wollen sich wieder hinsetzen. Friederike kann ihren Stuhl übrigens sowohl an den Zweier-Tisch wie an den Dreier-Tisch stellen. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt für die sechs Damen, sich an den beiden verschiedenen Tischen zu gruppieren?
(Vergiss nicht die Abneigung von Dorothea und Burglinde!)
- d) Friederike möchte eigentlich gern mit Burglinde an einem Tisch sitzen. Bei wie vielen der Möglichkeiten aus c) muss sie dazu mit einer Dame tauschen?

Hinweis: Wenn du beispielsweise die Sitzordnung mit Burglinde und Edelgard am Zweier-Tisch beschreiben willst, so ist dies am besten durch "BE ACD" anzugeben.

400633

Iris hat viele gleichgroße Plättchen aus verschiedenen Metallen. Die Form dieser Plättchen ist immer ein regelmäßiges Sechseck. Die Plättchen aus Blei wiegen jeweils 50 g, die aus Eisen jeweils 30 g und die aus Aluminium jeweils 10 g. Sie legt um ein Bleiplättchen einen Ring aus Eisenplättchen. Darum legt sie einen Ring aus Aluminiumplättchen. Der nächste Ring ist wieder aus Blei, dann kommt wieder Eisen, dann Aluminium und so weiter bis zu einem neunten Ring (der wieder aus Bleiplättchen besteht).

- a) Wie viele Plättchen werden für diese Anordnung insgesamt benötigt?
- b) Wie viel wiegt die gesamte Anordnung der Plättchen, also des Mittelplättchens und der neun Ringe?
- c) Ires überlegt: Wenn ich mit denselben Regeln weiterbauen würde, würde das Gewicht ja immer weiter anwachsen. Mit dem wievielten Ring würde das Gewicht der gesamten Anordnung den Wert von 30 Kilogramm zum ersten Mal überschreiten?