



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 6
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400634

Eine Aufgabe aus Triangulinen.

In diesem schönen Land gibt es sechs Orte A, B, C, D, E und F . Die Landkarte mit allen existierenden Straßen sieht so aus:

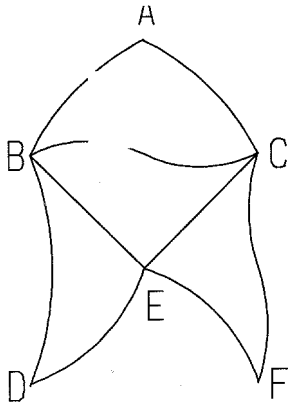


Abb. 400634

- Der König wohnt in A , seine Gattin in F . Der König möchte seine Gattin besuchen. Dabei will er die vorhandenen Straßen benutzen, aber auf seinem Weg darf keine der Städte mehr als einmal vorkommen. Wie viele solcher Wege gibt es?
- Infolge eines Erdbebens kann die Straße $C - E$ nicht befahren werden. (Vielleicht hat eine böse Fee den Erdbeben verursacht.) Wie viele der Wege aus a) blieben noch übrig?

400635

Eine Druckerei hat zwei Druckmaschinen A und B . Für den Druck der Auflage eines Buches benötigt man 12 Tage, wenn man nur die Druckmaschine A einsetzt, hingegen 36 Tage, wenn man nur die Maschine B arbeiten lässt.

- Wie lange dauert der Druck der Bücher, wenn man beide Maschinen gleichzeitig drucken lässt?
- Da der Auftrag eilt, organisiert der Meister rechtzeitig eine dritte Druckmaschine C , die die gesamte Auflage in 18 Tagen drucken würde. Wie lange brauchen alle drei Maschinen zusammen für den Druckauftrag?

- c) Wie viele Tage würde man zusätzlich sparen, wenn man zu den drei Maschinen A , B und C eine weitere Maschine nimmt, die - wie die Maschine C - die gesamte Auflage in 18 Tagen drucken könnte?

400636

Ein Würfel hat die Kantenlänge 60 cm. Drei seiner Seitenflächen sind gefärbt, und zwar rot, blau und grün. Die drei farbigen Flächen stoßen in einer Ecke zusammen. Nun wird dreimal gesägt. Die Fläche, die beim Sägen entsteht, ist jedesmal eine ebene Fläche, die im Abstand 20 cm parallel zu einer der drei gefärbten Seitenflächen verläuft, beim ersten Mal parallel zur roten Fläche, beim zweiten Mal zur blauen und beim dritten Mal zur grünen Fläche. Jedesmal nach dem Sägen werden die entstandenen Teilkörper zusammengehalten, so dass sie beim nächsten Sägeschnitt alle weitergeteilt werden.

- a) Beschreibe alle mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper! Welche Form haben sie? Wie lang sind sie jeweils, wie breit, wie hoch? Haben sie gefärbte Seitenflächen, und mit welchen Farben? Beschreibe die Gestalt und die gegenseitige Lage dieser gefärbten Seitenflächen der Teilkörper!
- b) Wie groß ist die Summe der Oberflächen aller mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper?
- c) Friederike behauptet: Die Antwort auf diese Frage hängt nicht davon ab, in welchen Abständen von den gefärbten Seitenflächen (statt jedesmal 20 cm) man den Würfel durchgesägt hatte. Maximilian sagt: Doch, davon hängt die Antwort ab. Wer hat recht?