



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 10
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

401031

Wenn zwei Personen einen Kuchen teilen sollen, so können sie das Prinzip "Der eine teilt, der andere wählt" anwenden. Dabei kann jeder der beiden mit dem Ergebnis zufrieden sein.

Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem ein Kuchen auf fünf Personen aufgeteilt werden kann, und begründen Sie, dass jeder mit dem Ergebnis zufrieden sein kann!

401032

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen x , die die Ungleichung

$$(\sqrt{x} - 0,5 \cdot x) : (0,5 \cdot \sqrt{x} - x) \leq 15 \cdot \sqrt{x} \quad (1)$$

erfüllen!

401033

Beweisen Sie: Wenn man in einer dreiseitigen Pyramide für jedes Paar windschiefer Kanten die Mittelpunkte dieser beiden Kanten miteinander verbindet, so haben die drei entstandenen Verbindungsstrecken einen gemeinsamen Punkt.

Hinweis: Zwei Strecken heißen windschief, wenn es keine Ebene gibt, der sie beide angehören.