



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

**40. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Länderrunde)**  
**Klasse 10**  
**Aufgaben**  
**2. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

401034

Gegeben sei ein Würfel  $W$ . Ermitteln Sie die Anzahl aller derjenigen Punkte  $P$  im Innern von  $W$ , die der folgenden Bedingung (\*) genügen:

- (\*) Es gibt eine Streckenlänge  $a$  so, dass die Lote von  $P$  auf die sechs Seitenflächen von  $W$  in irgendeiner Reihenfolge die Längen  $a, 2a, 3a, 4a, 5a$  und  $6a$  haben.

401035

Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser  $\overline{AB}$  seien drei Punkte  $C, D$  und  $E$  so gelegen, dass die Sehnen  $\overline{AC}$  und  $\overline{CD}$  einander gleichlang sind, der Punkt  $E$  dem Bogen von  $D$  nach  $B$  angehört und keine zwei dieser fünf Punkte miteinander zusammenfallen.

Beweisen Sie, dass sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen  $\overline{AE}$  und  $\overline{BC}$  im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen  $\overline{CE}$  und  $\overline{BD}$ !

401036

Beweisen Sie, dass es unendlich viele natürliche Zahlen gibt, deren Quadrat auf die Ziffernfolge ...54321 endet!