

40. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 10

Aufgaben

2. Tag



Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

401044

- a) Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge a . Auf der Seite AB sei ein gleichseitiges Dreieck BAE nach außen errichtet. Das Dreieck BAE „rollt“ im positiven Drehsinn um das Quadrat derart, dass bei der ersten Bewegung das Dreieck eine Drehung um den Punkt B ausführt, bis Punkt E auf dem Punkt C liegt. Danach folgt eine gleichartige Drehung um C usw. Die Drehung wird so lange fortgesetzt, bis schließlich Punkt E auf seine Ausgangsposition gelangt ist.

Wie lang ist der Weg, den Punkt E bei diesem „Rollen“ zurückgelegt hat?

- b) Auf der Seite AB werde jetzt ein gleichseitiges Dreieck ABI in das Innere des Quadrates gezeichnet. Das Dreieck ABI „rollt“ nun innerhalb des Quadrates, bis der Punkt I erstmals wieder seinen ursprünglichen Platz erreicht hat.

Wie lang ist der Weg, den Punkt I bei diesem „Rollen“ zurückgelegt hat?

401045

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von drei natürlichen Zahlen zu schreiben?

Dabei sollen auch Produktdarstellungen, die sich nur in der Reihenfolge der Faktoren unterscheiden, als voneinander verschieden gelten.

401046

Im Inneren eines Quadrates der Seitenlänge 12 cm seien 20 Punkte beliebig, aber so gewählt, dass keine drei auf derselben Geraden liegen.

Beweisen Sie, dass es mindestens ein Dreieck gibt, dessen Ecken mit solchen Punkten übereinstimmen und dessen Flächeninhalt höchstens 8 cm^2 beträgt.