



41. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 6
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

410634

Im Studentenfutter sind Paranüsse, Walnüsse, Haselnüsse und Rosinen.

- Eine Paranuss wiegt so viel wie drei Walnüsse.
- Eine Walnuss wiegt so viel wie zwei Haselnüsse.
- Eine Haselnuss wiegt so viel wie drei Rosinen.

In der Packung sind

- dreimal so viel Rosinen wie Haselnüsse
- dreimal so viel Haselnüsse wie Walnüsse
- dreimal so viel Walnüsse wie Paranüsse.

Eine Paranuss wiegt 12 g. Die Packung wiegt 600 g.

Wie viele Paranüsse enthält sie?

410635

Beim Kindergeburtstag befinden sich in einem Säckchen siebzehn Murmeln in vier Farben: rot, grün, blau und weiß.

Jochen, das Geburtstagskind, stellt folgende Aufgabe: „Ich sage euch:

- In diesem Säckchen gibt es von jeder Farbe eine unterschiedliche Zahl von Murmeln.
- Von keiner Farbe gibt es weniger als zwei Murmeln.
- Grün kommt am häufigsten vor.
- Wenn ich aus dem Beutel gerade genügend Murmeln herausnehme, um wenigstens zwei von irgendeiner Farbe zu haben und wenigstens eine von einer anderen Farbe, dann muss ich acht Murmeln herausnehmen.

Nun sagt mir: Wie viele Murmeln muss ich herausnehmen, um sicher wenigstens eine grüne zu erhalten?“

410636

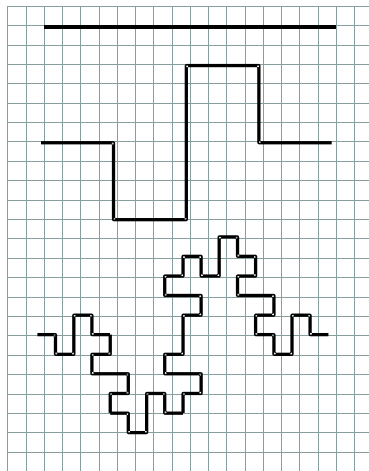
Wir machen einen Ausflug in die Welt der Koch-Kurven und Koch-Inseln (Helge von Koch, Stockholm 1904):

In den Abbildungen A410636 a), b) und c) sind die 0., 1. und 2. Stufe der Entwicklung einer Koch-Kurve dargestellt. Bei dieser Entwicklung wiederholt sich von Stufe zu Stufe immer auf die gleiche Weise die Umwandlung eines geraden Stückes in ein nicht-gerades Stück.

Wir beginnen in der 0. Stufe mit einem geraden Stück der Länge 1 m.

- a) Wie lang ist die Koch-Kurve in der 1. Stufe? Und in der 2. Stufe?

b) Wie lang ist die so entstehende Kurve in der 10. Stufe?



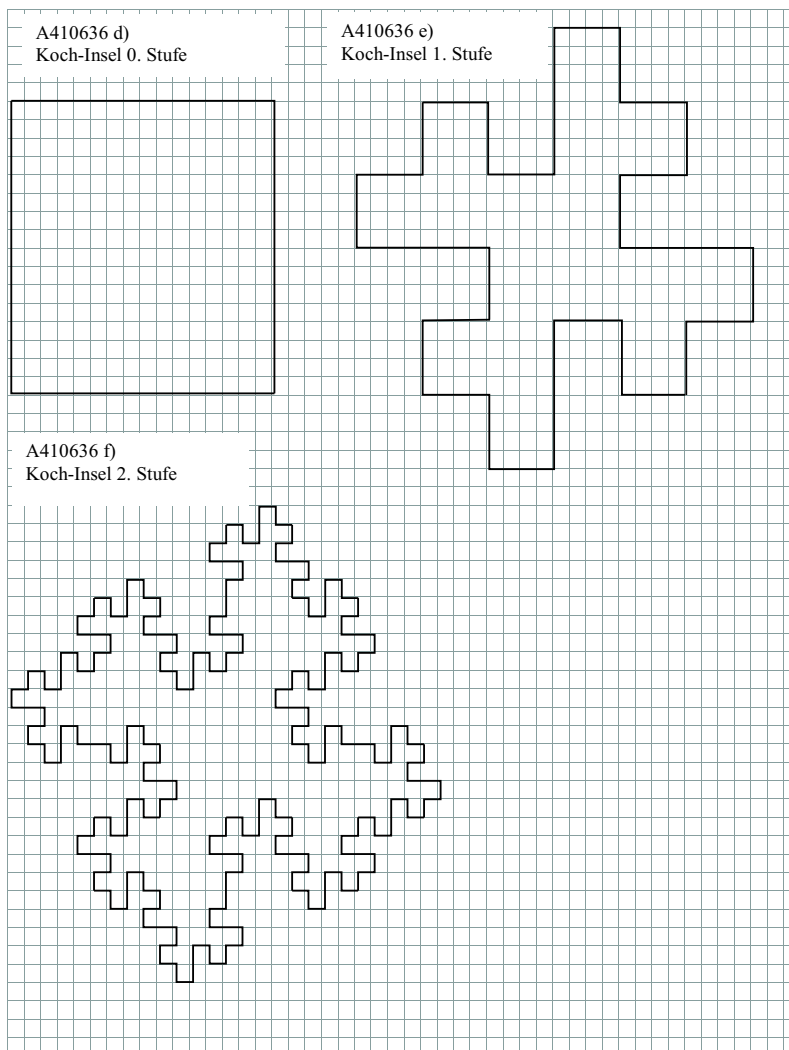
A410636 a) Koch-Kurve 0. Stufe

A410636 b) Koch-Kurve 1. Stufe

A410636 c) Koch-Kurve 2. Stufe

Man kann leicht vier solche Koch-Kurven zu einer Koch-Insel zusammen fügen – siehe Abbildung A410636 d), e), f).

c) Wie groß ist die Fläche der Insel in der 1. Stufe? Und in der 10. Stufe? Begründe jeweils deine Aussage.



A410636 d)
Koch-Insel 0. Stufe

A410636 e)
Koch-Insel 1. Stufe

A410636 f)
Koch-Insel 2. Stufe