Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

41. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 11-13
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

411334

Man bestimme alle reellen Zahlen a_1, a_2, a_3, zu denen eine Folge (a_n) existiert, die folgende Eigenschaften (1)–(4) besitzt:

(1) Alle a_n sind ganzzahlig und positiv.

(2) Es gilt $a_1 + a_3 = 10$.

(3) Es gilt $a_6 + a_8 = 100$.

(4) Für alle $k = 1, 2, 3, \ldots$ gilt $a_{k+3} = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} - 2 \cdot k^2 + 4$.

411335

Man beweise, dass man von jeder konvexen vierseitigen Pyramide $SABCD$ die Spitze S mit einem ebenen Schnitt so abschneiden kann, dass die Schnittfläche ein Parallelogramm ist.

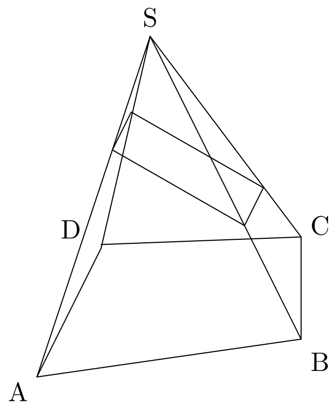

Abbildung A411335

411336

Man bestimme in der Dezimaldarstellung der Zahl

$$x = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2002}$$

a) die unmittelbar vor dem Komma stehende Ziffer,
b) die unmittelbar nach dem Komma stehende Ziffer.