



41. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 8
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

410844

Am Lagerfeuer in gemütlicher Runde berichtet Käpten Bröse seinen jungen Zuhörern:

„Kürzlich unternahm ich eine Reise ins Land der Automaten. In diesem Land können die Automaten sprechen und auf jede Frage eine Antwort geben. Zudem haben sie noch eine andere merkwürdige Eigenschaft: Wenn sie einwandfrei funktionieren, geben sie nur richtige, wenn sie aber beschädigt sind, geben sie nur falsche Antworten.“

Da stand ich dann auf einmal vor genau fünf Automaten und vermutete, dass einige von ihnen beschädigt waren, weil sie einander widersprechende Antworten gaben. Auf meine Frage, welche der Automaten beschädigt seien, erhielt ich folgende Antworten:

1. Automat: „Mindestens zwei von den fünf Automaten funktionieren einwandfrei.“
2. Automat: „Mindestens drei von den fünf Automaten funktionieren einwandfrei.“
3. Automat: „Ich funktioniere einwandfrei.“
4. Automat: „Mindestens zwei von den fünf Automaten sind beschädigt.“
5. Automat: „Mindestens drei von den fünf Automaten sind beschädigt.“

Nun erkannte ich aber sofort an einem gerissenen Kabel, dass der 5. Automat beschädigt war, also eine falsche Auskunft gegeben hatte.

Da war es mir sehr schnell und ohne weitere technische Überprüfung der anderen Automaten möglich herauszufinden, welche Automaten einwandfrei funktionierten und welche nicht. Aber sicherlich wäre euch dies auch gelungen.“

Zeige, dass sich aus diesen Angaben die Funktionstüchtigkeit dieser fünf Automaten ermitteln lässt! Gib die defekten Automaten an!

410845

Beweise, dass sich unter je zehn aufeinander folgenden natürlichen Zahlen stets mindestens eine, aber höchstens vier Zahlen befinden, die durch keine der Zahlen 2, 3, 5 und 7 teilbar sind.

410846

Es seien $ABCD$ ein Parallelogramm, E ein Punkt auf der Verlängerung von \overline{AB} über B hinaus und F ein Punkt auf der Verlängerung von \overline{AD} über D hinaus. Der Schnittpunkt von BF mit DE heiße G .

- a) Untersuche, ob die Dreiecke BCF und CDE den gleichen Flächeninhalt haben!
- b) Untersuche, ob die Vierecke $ABGD$ und $ECFG$ den gleichen Flächeninhalt haben!