Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

41. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

410941

Beweisen Sie, dass für jede dreiseitige Pyramide $ABCD$ gilt:
Sind die Dreiecke ABD, ACD und BCD sämtlich bei D rechtwinklig, so ist die Summe der Quadrate ihrer Flächeninhalte gleich dem Quadrat des Flächeninhalts des Dreiecks ABC. („Räumliche Version des Satzes von Pythagoras“)

410942

Die Bärenmutter schimpft mit ihren drei Söhnen: „Wer von euch hat all unseren Honig aufgefressen? Gestern war noch ein Liter da, und heute ist der Topf leer.“
Die Söhne reden aufgeregt durcheinander.

Albärt sagt: „Ich habe mit Abstand am wenigsten Honig gefressen.“
Bärtram sagt: „Die anderen haben zusammen mindestens die Hälfte vom Honig gefressen, und Christobär hat mindestens so viel Honig gefressen wie Albärt.“
Christobär sagt: „Albärt hat mehr als doppelt soviel Honig gehabt wie ich.“
Albärt sagt: „Das stimmt überhaupt nicht!“
Bärtram sagt: „Ich habe am wenigsten und Christobär am meisten gehabt.“
Christobär sagt: „Bärtram hat mindestens so viel Honig gefressen wie wir anderen beide zusammen.“

Die Bärenmutter kennt ihre Söhne und weiß, dass jeder einmal gelogen und einmal die Wahrheit gesagt hat.
Wer hat wieviel Honig gefressen?

410943

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler aller Zahlen der Form $n^4 - 4\,n^2$ mit $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, welche auf null enden.