Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

42. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

420711

Thomas kontrolliert den Inhalt seiner Sparbüchse und stellt fest, dass er nur 1-Cent-Münzen und 5-Cent-Münzen gespart hat. Er zählt 1000 Münzen.
Als seine große Schwester die Zählung ihres Bruders nachprüft, stellt sie fest, dass Thomas sich um nicht mehr als 9 Münzen verzählt hat und es genau zehnmal so viele 1-Cent-Münzen wie 5-Cent-Münzen sind.
Wie viel Geld hat Thomas in seiner Sparbüchse, wenn wir annehmen, dass sich die Schwester nicht geirrt hat?

420712

Es seien n, $n+1$, $n+2$, $n+3$, $n+4$, $n+5$, $n+6$, $n+7$ acht aufeinander folgende natürliche Zahlen mit $n > 1$.
Aus diesen Zahlen sollen alle diejenigen Paare $(z_1; z_2)$ mit $z_1 \neq z_2$ ermittelt werden, in denen z_1 ein Teiler von z_2 ist.

a) Für welche n gibt es solche Paare?

b) Nenne alle Paare, die die genannten Forderungen erfüllen!

420713

Am 25. März 2002 meldete sich meine Freundin, die Singdrossel, von ihrer Winterreise zurück. Sie weckte mich mit ihrem Gesang als mein Wecker 6.15 Uhr anzeigte. Abends um 18.30 Uhr hörte ich sie zum letzten Mal. Sie begann bis zum 21. Juni ihren morgendlichen Gesang täglich 2 Minuten früher und beendete ihn abends 2 Minuten später.

a) Wie viel Zeit hat die Singdrossel in der Nacht vom 20. bis zum 21. Juni zum Schlafen?

b) Wann beginnt sie am 21. Juni morgens mit ihrem Gesang?
Beachte dabei, dass am 31. März die Sommerzeit begonnen hat.

420714

a) Überzeuge dich, dass es zwischen den 4 Eckpunkten P_1, P_2, P_3, P_4 eines Vierecks genau 6 Verbindungsstrecken $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_1P_3}$, $\overline{P_1P_4}$, $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_2P_4}$, $\overline{P_3P_4}$ gibt und dass es genau 4 Dreiecke $P_1P_2P_3$, $P_1P_2P_4$, $P_1P_3P_4$, $P_2P_3P_4$ gibt, die diese Verbindungsstrecken als Seiten besitzen!

Zeichne ein konvexes Fünfeck $P_1P_2P_3P_4P_5$!

Wie viele Verbindungsstrecken gibt es zwischen den 5 Eckpunkten?

Wie viele Dreiecke mit diesen Verbindungsstrecken als Seiten gibt es?

Zeige, dass es möglich ist, diese Verbindungsstrecken so mit den Farben rot und blau zu färben, dass es kein Dreieck gibt, dessen Seiten alle mit der gleichen Farbe gefärbt sind!

b) Betrachte ein konvexes Sechseck!

   Zeige, dass es in diesem Fall stets mindestens ein Dreieck gibt, dessen Seiten alle mit der gleichen Farbe gefärbt sind!

Hinweis: Ein n-Eck heißt konvex, wenn alle Innenwinkel dieses n-Ecks kleiner als 180° sind.

Zusatzaufgabe:
Wenn du Lust hast, dann beschäftige dich noch mit folgender Frage:
Wie kann man die Anzahl solcher Verbindungsstrecken und solcher Dreiecke bei einem Sechseck, einem Siebeneck, einem Zehneck berechnen?
Überlege dabei, wie viele Verbindungsstrecken bzw. Dreiecke neu dazukommen, wenn man zur vorhandenen Anzahl der Eckpunkte einen weiteren hinzufügt!