



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

**42. Mathematik-Olympiade**

**3. Stufe (Länderrunde)**

**Klasse 7**

**Aufgaben**

**2. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

420734

Von 50 befragten Schülern betreiben

- 8 Schwimmen, Tischtennis und Handball,
- 19 Schwimmen und Tischtennis,
- 17 Schwimmen und Handball,
- 20 Tischtennis und Handball,
- 28 Schwimmen,
- 34 Tischtennis,
- 31 Handball.

- a) Wie viele der befragten Schüler betreiben genau eine dieser Sportarten?
- b) Wie viele der befragten Schüler betreiben keine dieser Sportarten?

420735

Im Goethegymnasium ist heute Wandertag. Die Klassen 7a und 8a haben sich zu einer Fahrradtour von  $A$  nach  $B$  entschlossen. Die beiden Orte sind 67 km voneinander entfernt. Auch die Klasse 7b fährt diese Strecke, allerdings in umgekehrter Richtung, also von  $B$  nach  $A$ .

- Die Klasse 7a bricht um 9 Uhr in  $A$  auf und fährt mit einer Geschwindigkeit von 14 km/h.
- Die Klasse 8a fährt erst um 9.30 Uhr in  $A$  ab, fährt aber mit einer Geschwindigkeit von 18 km/h und überholt daher die 7a an der Stelle  $S$ .
- Die Klasse 7b fährt ebenfalls um 9.30 Uhr in  $B$  ab und möchte um 13.45 Uhr in  $A$  sein. 15 Minuten, nachdem die 8a die 7a überholt hat, begegnen sich die 7b und die 8a an der Stelle  $T$ .

Beantworte folgende Fragen und begründe deine Antworten.

- a) Wann wird die 7a von der 8a überholt?
- b) Mit welcher Geschwindigkeit ist die 7b von  $B$  bis zum Treffpunkt  $T$  gefahren?
- c) Wie viel Kilometer muss die 7b von  $T$  bis  $A$  noch fahren und mit welcher Geschwindigkeit muss sie auf dieser Strecke fahren, um wie geplant in  $A$  einzutreffen?

*Hinweis:* Wir setzen voraus, dass auf den einzelnen Streckenabschnitten jeweils mit gleichförmiger Geschwindigkeit gefahren wird.

420736

Aus 27 gleich großen Spielwürfeln, die mit der üblichen Anordnung der Augenzahlen von 1 bis 6 beschriftet sind (siehe Abbildung A 420736 a), wird ein  $3 \times 3 \times 3$ -Würfel zusammengesetzt (siehe Abbildung A 420736 b), und zwar so, dass immer zwei sich berührende Flächen der Einzelwürfel dieselbe Augenzahl besitzen.

Beweise, dass dann die Summe der Augenzahlen auf der Oberfläche des  $3 \times 3 \times 3$ -Würfels stets durch 27 teilbar ist!

*Bemerkung:* Ein Nachweis, dass ein derartig beschaffener Würfel tatsächlich existiert, wird nicht verlangt.

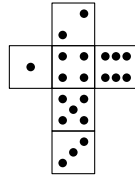


Abb. A 420736 a

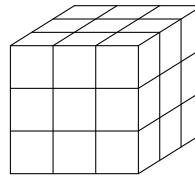


Abb. A 420736 b