Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

42. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 8
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

420841

Vom byzantinischen Mathematiker Maximos Planudes von Nikomedia, der im 13. Jahrhundert lebte und Bücher über Arithmetik schrieb, stammt die folgende Aufgabe:

Ein sterbender Vater teilte sein Geldvermögen, das aus lauter gleichartigen Goldmünzen bestand, zu gleichen Teilen unter seinen Söhnen auf und gab dem ersten Sohn eine Münze und ein Siebentel des restlichen Geldes, dem zweiten zwei Münzen und ein Siebentel des nun noch verbliebenen Restes, dem dritten drei Münzen und ein Siebentel des nun noch verbliebenen Restes usw.

Es gelang ihm, auf diese Weise die Münzen restlos zu verteilen.

Stelle fest, wie viele Söhne er gehabt und wie viele Münzen er besessen hat! Zeige durch eine Probe, dass deine Ergebnisse stimmen!

420842

Ein Schiff wird mithilfe von Kränen beladen. Zunächst werden vier Kräne mit gleicher Leistung eingesetzt. Nach zwei Stunden kann noch über zwei weitere Kräne mit einer kleineren Leistung verfügt werden. Mit allen sechs Kränen wird nun noch 3 Stunden gearbeitet, bis das Verladen abgeschlossen ist.

Wenn alle Kräne von Anfang an zur Verfügung gestanden hätten, wäre die Arbeit schon nach insgesamt 4,5 Stunden beendet gewesen.

Berechne, wie lange ein Kran mit der größeren bzw. wie lange ein Kran mit der kleineren Leistung allein zum Beladen benötigt hätte! Bestätige deine Angabe mit einer Probe!

420843

a) Sei ABC ein bei C rechtwinkliges Dreieck, sei r die Länge des Inkreisradius dieses Dreiecks und gelte $|BC| = a,\ |AC| = b$ und $|AB| = c$.

   Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen stets $2r = a + b - c$ folgt!

b) Sei h die Länge der Höhe $\overline{CD}$ dieses Dreiecks und seien r_1 und r_2 die Längen der Inkreisradien der Dreiecke ADC bzw. CDB.

   Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen stets $h = r + r_1 + r_2$ folgt!