



43. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulrunde)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

430511

Die Abbildung A 430511 zeigt ein beliebiges Viereck $ABCD$ und das Viereck $EFGH$, das entsteht, wenn jeweils die Mittelpunkte der Seiten verbunden werden. Solch ein Viereck, dessen Eckpunkte die Mittelpunkte der Seiten sind, heißt Mittenviereck.

Zeichne die Mittenvierecke zu

- a) einem Drachenviereck,
- b) einem gleichschenkligen Trapez,
- c) einer Raute (oder Rhombus),
- d) einem Rechteck und
- e) einem Quadrat.

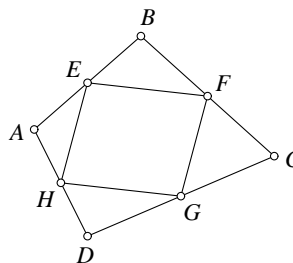


Abbildung A 430511

(Wenn du noch nicht weißt, wie diese Vierecke genau aussehen, erkundige dich bei deiner Lehrkraft oder schaue in deinem Mathematikbuch nach.)

Entscheide in jedem der Fälle, was für ein Viereck das Mittenviereck ist!

430512

Bei einer schriftlichen Divisionsaufgabe ist leider Wasser über die Tinte gelaufen, so dass zwar noch klar ist, wo Ziffern standen – aber nur noch die Ziffern 0 und 1 sind lesbar. Man weiß auch, dass an den beiden schwarz gekennzeichneten Stellen dieselbe Ziffer stand.

$$\begin{array}{r}
 \text{Zeile 1:} \quad \blacksquare \ 1 \ 0 \ 0 \ : \ \blacksquare \ \square = \ \square \ \square \\
 \text{Zeile 2:} \quad 1 \ \square \ \square \\
 \text{Zeile 3:} \quad \underline{1 \ \square \ 0} \\
 \text{Zeile 4:} \quad 1 \ \square \ 0 \\
 \text{Zeile 5:} \quad \underline{\quad \quad 0}
 \end{array}$$

Stelle die ursprüngliche Divisionsaufgabe wieder her! (Sie war übrigens richtig gelöst.)

430513

Drei Altersaufgaben:

- a) Ein Großvater und sein Enkel sind heute zusammen 100 Jahre alt. Vor zehn Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden jetzt?
- b) Katharina ist um sieben Jahre älter als Felix, ihr Bruder. Damit ist sie um drei Jahre mehr als doppelt so alt wie Felix. Wie alt sind die beiden?
- c) Peter ist vier Jahre älter als seine Schwester Laura. Vor vier Jahren war er gerade doppelt so alt wie sie. In wie viel Jahren wird das jüngere der beiden Geschwister volljährig (18 Jahre)?

430514

Viele kennen das Spiel „Turm von Hanoi“. (Wenn du es nicht so genau kennst, informiere dich bitte.) In diesem Spiel geht es darum, einen Stapel von Scheiben mit verschiedenem Durchmesser, die alle in der Mitte ein Loch tragen und der Größe nach auf einer Stange gestapelt sind, durch Einzelzüge auf einer anderen Stange zu stapeln – siehe Abb. A 430514 a. Dazu hat man eine Zwischenstange. Das klassische „Turm von Hanoi“-Spiel arbeitet also mit drei Stangen. Ein Zug besteht in der Bewegung einer der oben liegenden Scheiben auf einen anderen Stapel, wobei grundsätzlich immer eine kleinere Scheibe auf einer größeren zu liegen kommen muss.

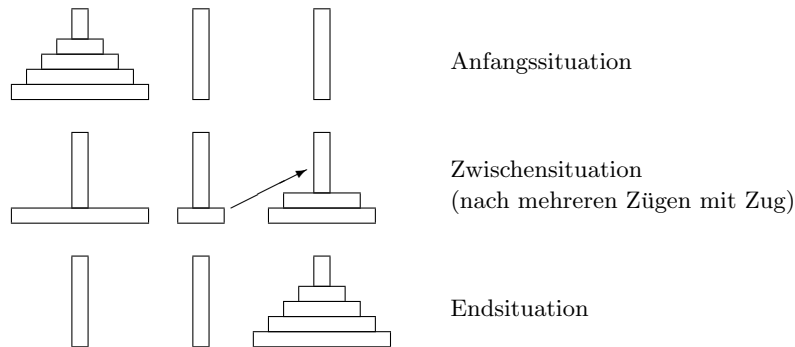


Abbildung 1: A 430514 a

Auch in dieser Aufgabe geht es darum, einen Scheibenstapel von einer Stange in einzelnen Zügen auf eine andere Stange umzustapeln. Allerdings gibt es hier vier Stangen (siehe Abbildung A 430514 b).

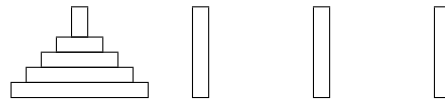


Abbildung 2: A 430514 b

- 3 Scheiben lassen sich in 5 Zügen, 4 Scheiben lassen sich in 9 Zügen umstapeln. Gib solche Umstapelungen an!
- Wie viele Züge sind für 5 Scheiben nötig?
- Und für 6 Scheiben?
- Für 7 Scheiben?
- Schließlich: Wie viele Züge benötigt man für 8 Scheiben?

Versuche immer, die kleinstmögliche Anzahl von Zügen anzugeben!