



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 10

Aufgaben

1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

431031

Gegeben sei ein quadratisches Gitter aus 10×10 kongruenten Teilquadraten.

Wie viele Rechtecke gibt es, deren Seiten auf den Linien dieses Gitters liegen?

431032

Bestimmen Sie alle reellen Lösungstriple $(a; b; c)$ des Gleichungssystems

$$a + bc = 1$$

$$b + ca = 1$$

$$c + ab = 1.$$

431033

In einem Dreieck seien die Höhenlängen zu den Seiten a, b, c mit h_a, h_b bzw. h_c bezeichnet.

Beweisen Sie, dass stets folgende Ungleichung gilt:

$$(h_a - h_b) \cdot h_c < h_a \cdot h_b < (h_a + h_b) \cdot h_c.$$