



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 10

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

431034

Das Kryptogramm

$$\begin{array}{r} \text{A S T A} \\ + \text{E R N I} \\ \hline \text{N A M E N} \end{array}$$

soll in einem n -adischen Positionssystem gelöst werden. Ermitteln Sie das kleinste n , für welches das Kryptogramm eine Lösung hat.

Anmerkungen:

1. Eine Lösung des Kryptogrammes ist eine Ersetzung der Buchstaben durch Ziffern, so dass gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern ersetzt sind und eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht. Die erste Ziffer von jeder bei der Ersetzung entstehenden 4- bzw. 5-stelligen Zahl soll von 0 verschieden sein.
2. Ein n -adisches Positionssystem ist ein Positionssystem zur Basis n mit den Ziffern $0, 1, \dots, n - 1$.

431035

Die Zielscheibe für ein Pfeilwurfspiel ist ein Kreis aus 12 gleich großen Sektoren, auf welche die natürlichen Zahlen 1 bis 12 verteilt sind. Damit der Ärger beim Verwerfen groß ist, ist die Differenz der Zahlen zweier benachbarter Sektoren groß.

- a) Ermitteln Sie, wie groß die Summe der Beträge aller 12 Differenzen der Zahlen benachbarter Sektoren maximal werden kann.
- b) Wie viele verschiedene Zielscheiben mit dieser maximalen Summe gibt es?

Hinweis: Zielscheiben, die durch Drehung ineinander überführt werden können, gelten nicht als verschieden.

431036

Im Entwurf für ein Logo der Vereinigung „Innovative Mathematik“ bilden die getönten Flächen die stilisierten Buchstaben *I* und *M* (siehe Abbildung A 431036). Das Dreieck ABC ist gleichseitig mit der Seitenlänge $a = 6$ cm, \overline{AC} wird von R halbiert und \overline{BC} von S und T in drei gleich große Teile geteilt.

Welchen Anteil der Dreiecksfläche überdecken die stilisierten Buchstaben zusammen?

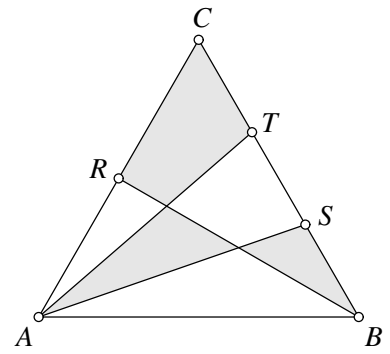


Abbildung A 431036