



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

430844

Es sei $ABCD$ ein Viereck, das folgende Voraussetzungen erfüllt:

- (1) $ABCD$ ist ein Rhombus mit der Seitenlänge a .
- (2) Der Winkel BAD hat die Größe 60° .
- (3) Auf der Strecke \overline{CD} liegt ein Punkt E und auf der Strecke \overline{AD} ein Punkt F derart, dass die Strecken \overline{DE} und \overline{AF} gleich lang sind.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Dreieck BEF gleichseitig ist!

430845

In einem Land seien die gegenseitigen Entfernungen aller Städte verschieden groß. Eines Tages startet in jeder Stadt ein Flugzeug und fliegt nach der nächstgelegenen Stadt. Nach der Landung aller Flugzeuge stellt sich heraus, dass in keiner Stadt mehr als fünf Flugzeuge gelandet sind.

Zeige, dass dies kein Zufall ist!

Hinweis: Es ist zu beweisen, dass unter den genannten Voraussetzungen höchstens fünf Flugzeuge in derselben Stadt landen können.

430846

Es sei M die Menge aller siebenstelligen natürlichen Zahlen, in deren Darstellung jede der Ziffern 1 bis 7 genau einmal vertreten ist.

Beweise, dass es in M keine zwei Zahlen gibt, von denen die eine ein ganzzahliges Vielfaches der anderen ist!