



43. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 10
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

431041

Die nebenstehende Abbildung A 431041 zeigt ein aus Einheitsstrecken gebildetes kubisches Raumgitter der Kantenlänge 2. Eine Ameise bewegt sich längs der Gitterstäbe auf kürzestem Weg von A_0 nach K_2 . Wie viele verschiedene dieser kürzesten Wege gibt es für die Ameise, wenn sie sich

- a) auf beliebigen Gitterstäben,
- b) nur längs der Gitterstäbe an der Oberfläche des Würfels

bewegt?

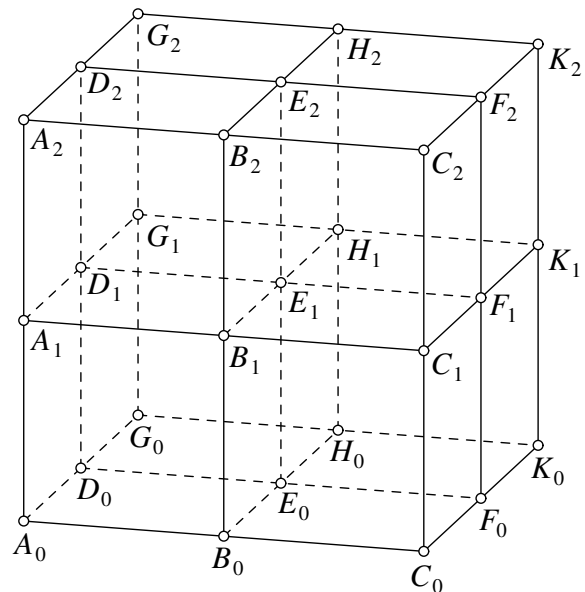


Abbildung A 431041

431042

Man bestimme die größte natürliche Zahl N , für die folgende Aussage gilt:

Aus jeder Menge M von 2004 positiven ganzen Zahlen, die alle kleiner als N sind, können stets zwei verschiedene Zahlen ausgewählt werden, deren Summe ebenfalls in M liegt.

431043

Bestimmen Sie alle reellen Tupel $(a; b; c; d)$, welche Lösung des folgenden Gleichungssystems sind:

$$\begin{aligned} a + bc &= 1 \\ b + cd &= 1 \\ c + da &= 1 \\ d + ab &= 1. \end{aligned}$$