

Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

44. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 6
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

440631

Die Kinder einer Klasse spielen Zweifelderball. Es spielen $\frac{3}{5}$ der Jungen und $\frac{3}{4}$ der Mädchen der Klasse, die restlichen schauen zu. Auf dem Spielfeld sind gleich viel Jungen und Mädchen. Bei den Zuschauern sind drei Mädchen weniger als Jungen. Wie viele Kinder sind in der Klasse?

440632

Julia hat gerade Geschenke verpackt und will zum Geburtstag gehen. Den anderen will sie nun folgendes Rätsel stellen:

- (1) Ich habe ein Armband, eine Haarspange, eine Kette und einen Ring in Schachteln verpackt, die jeweils blau, gelb, rot oder weiß sind, und sie nebeneinander ins Regal gelegt.
- (2) Das Armband liegt rechts von der roten Schachtel.
- (3) Der Ring liegt links von der gelben Schachtel.
- (4) Die Kette liegt nicht in der blauen Schachtel.
- (5) Die blaue Schachtel liegt links vom Armband.
- (6) Das Armband liegt rechts von der gelben Schachtel und die Kette liegt nicht in der gelben Schachtel.

Bedenke: „Rechts von“ und „links von“ bedeuten nicht unbedingt „unmittelbar rechts von“ bzw. „unmittelbar links von“!

- a) Zeige, dass sich aus den Angaben eindeutig ermitteln lässt, welches Geschenk in welcher Schachtel liegt.
- b) Lässt sich die Reihenfolge der Schachteln im Regal eindeutig ermitteln?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

440633

- a) Welchen Flächeninhalt hat die innerste grau gefärbte Teilfläche in Abbildung A 440633?
- b) Welchen Flächeninhalt hat die gesamte grau gefärbte Fläche?
- c) Man kann das Bild in dieser Abbildung als Ergebnis eines mehrfach wiederholten Prozesses auffassen, bei dem immer wieder außen an der bisherigen Figur etwas angefügt wird.

Wie groß ist dann der Inhalt der nächsten dazukommenden grauen Fläche?

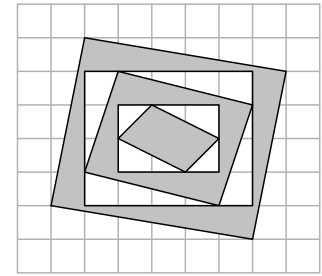


Abbildung A 440633

- d) Wenn man diesen Prozess weiter durchführt, so befindet sich die gesamte grau gefärbte Fläche immer genau passend in einem Rechteck, dessen Seiten auf Gitterlinien liegen und dessen Breite um ein Kästchen größer ist als die Länge.

Welchen Flächeninhalt hat die entsprechend gebildete gesamte grau gefärbte Fläche, die zu einem Rechteck mit den Seitenlängen n und $(n - 1)$ gehört?