

Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

44. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 6

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

440634

Müller steht am Ende einer langen Eisenbahnbrücke mit einer Baustelle, über die ICE-Züge fahren. Alle Züge fahren übrigens gleich schnell.

Müller macht folgende Beobachtungen:

- Vom Augenblick, in dem ein langer ICE auf die Brücke fährt, bis zu dem Augenblick, in dem er die Brücke verlassen hat, vergehen 57 Sekunden.
- Ein kurzer ICE-Zug braucht dafür 47 Sekunden.

Müller weiß:

- Ein langer ICE ist 320 m lang.
- Ein kurzer ICE ist genau halb so lang.

- Wie schnell fahren die Züge (also: wie viele Meter fahren die Züge in der Sekunde)?
- Wie lang ist die Brücke?

440635

- Ermittle die Gesamtzahl der Gitterpunkte des abgebildeten $4 \times 4 \times 4$ -Würfels!
Bestimme dabei auch die Anzahl der Gitterpunkte auf der Oberfläche und die Anzahl der Gitterpunkte im Inneren des Würfels!
- Ermittle die entsprechenden Anzahlen der Gitterpunkte für den $5 \times 5 \times 5$ -Würfel!
- Beschreibe für einen $n \times n \times n$ -Würfel, wie du die Gesamtzahl der Gitterpunkte, die Anzahl der inneren und die der äußeren Gitterpunkte berechnest!

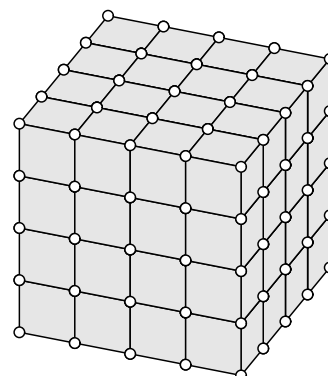


Abbildung A 440635

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Paul und Peter vertreiben sich an einem dunklen Novembertag die Zeit mit Würfelspielen. Peter wählt seinen Lieblingswürfel – einen roten. Paul hingegen bevorzugt einen blauen Würfel.

- a) Peter schlägt folgendes Spiel vor: „Wir würfeln beide je einmal und berechnen dann jeweils die Augensumme. Ist die Augensumme gerade, so gebe ich dir einen Euro, ist die Augensumme ungerade, so gibst du mir einen Euro.“

Wer gewinnt auf Dauer?

- b) Nach längerer Spielzeit meint Paul: „Das Spiel bringt doch nichts! Ich schlage vor: Ich bekomme von dir einen Euro, wenn die Augensumme mindestens gleich 7 ist; ansonsten gebe ich dir einen Euro!“

Sollte sich Peter auf das Spiel einlassen?

- c) Auch hier ergibt sich nach längerer Spielzeit Unzufriedenheit, und Peter macht den dritten Vorschlag: „Wenn die Augensumme durch 3 oder durch 7 teilbar ist, dann bekomme ich von dir einen Euro, in allen anderen Fällen gebe ich dir einen Euro.“

Wie stehen die Gewinnchancen bei diesem Spiel?

- d) Am nächsten Tag hat Conny Langeweile und möchte mitspielen. Conny bringt seinen gelben Würfel mit. Paul und Peter würfeln weiterhin mit dem blauen und roten Würfel. Conny behauptet, dass es nicht mehr als 20 Möglichkeiten gibt, mit den drei unterscheidbaren Würfeln die Augensumme 8 zu würfeln. Hat er Recht?