



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

**44. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben**  
**1. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

440831

Drei Behälter –  $A$ ,  $B$  und  $C$  – haben zusammen ein Fassungsvermögen von 170 Litern.

Füllt man den Inhalt des voll gefüllten Behälters  $A$  in den leeren Behälter  $B$  so weit wie möglich um, so bleiben in  $A$  zwei Neuntel seines ursprünglichen Inhalts zurück. Füllt man dagegen den Inhalt der voll gefüllten Behälter  $B$  und  $C$  in den leeren Behälter  $A$  um, so fehlen noch 10 Liter, um  $A$  vollständig zu füllen.

Ermittle das Fassungsvermögen von  $A$ ,  $B$  und  $C$ !

440832

Ermittle alle Tripel  $(x; y; z)$  natürlicher Zahlen, die die Gleichung

$$x + y + z + 2 = xyz$$

erfüllen!

440833

Gegeben ist ein spitzwinkliges Dreieck  $ABC$  mit seinem Umkreis. Der Umkreismittelpunkt heißt  $M$ , der Höhenschnittpunkt heißt  $H$ , und  $M_c$  ist Mittelpunkt der Seite  $\overline{AB}$ . Die Gerade  $MC$  schneidet den Umkreis außer in  $C$  noch im Punkt  $P$ .

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt:

- (1) Die Geraden  $AH$  und  $PB$  sind parallel.
- (2) Die Punkte  $P$ ,  $M_c$  und  $H$  liegen auf ein und derselben Geraden.