



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

44. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

440834

Herr Schmitz hat sich für seinen Sohn Paul folgende Knobelaufgabe ausgedacht:

„Heute habe ich im Baumarkt zwei Sorten verschieden teure Schrauben eingekauft, insgesamt 80 Stück, und zwar mehr teure als billige. Die teuren Schrauben kosteten zusammen 54,40 €. Zwischen den beiden Schraubensorten besteht ein Preisunterschied von 20 Cent je Schraube. Kannst du herausfinden, wie viel die billigeren Schrauben gekostet haben?“

Untersuche, ob die Aufgabe genau eine oder mehrere oder keine Lösung hat!

Falls es eine oder mehrere Lösungen gibt, dann weise nach, dass die ermittelten Anzahlen und Kosten alle gestellten Bedingungen erfüllen!

440835

In einem spitzwinkligen Dreieck ABC sind M_c , M_a und M_b die Mittelpunkte der Seiten \overline{AB} , \overline{BC} bzw. \overline{AC} . Über den Seiten \overline{BC} und \overline{AC} sind nach außen Quadrate gezeichnet. Ihre Diagonalschnittpunkte heißen D_1 und D_2 .

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt:

- (1) Das Viereck $M_cM_aCM_b$ ist ein Parallelogramm.
- (2) Das Dreieck $M_cD_1D_2$ ist ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck.

440836

Wir betrachten eine dreistellige natürliche Zahl a , ihr Dreifaches und ihr Fünffaches. Die Zahl a soll „mysteriös“ heißen, wenn die Darstellungen dieser drei Zahlen im Zehnersystem alle Ziffern von 1 bis 9 genau einmal und keine Ziffer 0 enthalten.

Ermittle alle mysteriösen Zahlen!