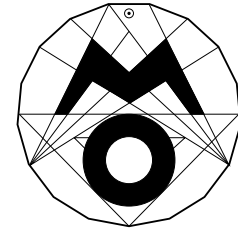


44. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2004 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

440941

Gegeben sei die Gleichung

$$4y^2 + 4xy + x + 6 = 0.$$

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , für die es reelle Zahlen y gibt, so dass diese Gleichung erfüllt ist!

440942

Die Menge M bestehe aus 15 verschiedenen natürlichen Zahlen, die alle größer als null und kleiner als 2005 sind.

Zeigen Sie, dass es stets möglich ist, aus einer solchen Menge M zwei elementfremde nicht leere Teilmengen so auszuwählen, dass die Summe der Elemente der einen gleich der Summe der Elemente der anderen ist.

440943

Gegeben sei ein Kreis k mit Durchmesser d sowie ein fester Punkt P auf seiner Peripherie. Zu jedem Punkt B auf der Peripherie von k sei k_B derjenige zu k kongruente Kreis, der k in B von außen berührt. Auf k_B sei der Punkt P_B so gelegen, dass die Bögen \widehat{BP} auf k und $\widehat{P_B B}$ auf k_B gleich lang sind. H sei – wie in der Abbildung skizziert – der geometrische Ort aller Punkte P_B , wenn B den Kreis k durchläuft.

Zeigen Sie, dass jede Gerade durch P , die nicht durch den Mittelpunkt von k verläuft, die Kurve H in genau zwei von P verschiedenen Punkten schneidet, deren Abstand gleich $2d$ ist.

Hinweis: Auf einem Kreisbogen \widehat{AB} folgt B auf A entgegen dem Uhrzeigersinn.

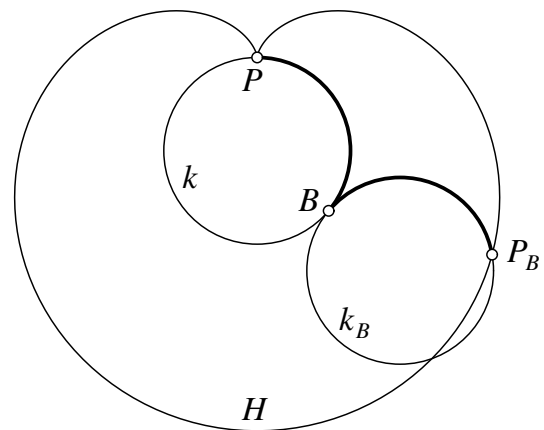


Abbildung A 440943