

45. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 11–13
Aufgaben



© 2005 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

451321

Man ermittle alle reellen Zahlen x , die die Gleichung

$$\frac{|x^2 - 1|}{x - 2} = x$$

erfüllen.

451322

Man beweise, dass die Summe aus dem Produkt von vier aufeinander folgenden ungeraden ganzen Zahlen und der Zahl 16 eine Quadratzahl ergibt.

451323

Zwei Rechtecke verschiedener Größe haben das gleiche Seitenverhältnis. Sie liegen so übereinander, dass auf dem Inneren jeder Seite des größeren Rechtecks ein Eckpunkt des kleineren Rechtecks liegt. Für welche Seitenverhältnisse ist dies möglich?

451324

Stefan und Wiebke spielen Northcotts Spiel. Es wird auf einem Schachbrett gespielt, auf dem sich in jeder waagerechten Reihe je ein schwarzer und ein weißer Spielstein befinden. Gezogen wird abwechselnd, wobei Wiebke die weißen und Stefan die schwarzen Steine führt. Ein Zug besteht darin, einen Spielstein innerhalb seiner Reihe beliebig zu versetzen, ohne den gegnerischen Spielstein zu überspringen. Verloren hat derjenige, der keinen Zug mehr machen kann.

Welcher der beiden Spieler kann den Sieg erzwingen, wenn die Spielsteine wie in der Abbildung gezeigt aufgestellt sind und Wiebke am Zug ist?

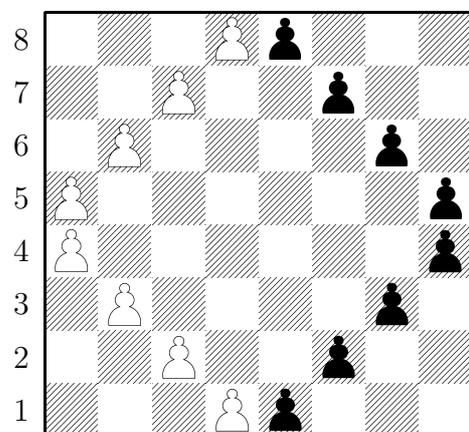


Abbildung A 451324